PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 6 — 15. März 1932 — Redaktionsschluß für Nr. 8 am 1. April 1932. — 33. Jahrgang

INHALT:

Vorträge von der 14. Tagung des Gauvereins Thüringen-Sachsen-Schlesien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft am 9. und 10. Januar 1932 in Leipzig:

W. Messerschmidt, Zur sonnenzeitlichen Periode der Ultrastrahlung. S. 233.

G. Schmerwitz, I. Messung von Schneidenkrümmungsradien. S. 234.

G. Schmerwitz, II. Einfluß des Schneidenradius auf die Empfindlichkeit der Hebelwaage. S. 234.

H. Martin, Selbsttätige Frequenzregulierung. S. 239.

O. Pfetscher und R. Beck, Übertragungsversuche mit der 1,3 m-Welle. S. 242.

W. Hanle, Neue Messungen der Lichtausbeute bei Elektronen- und Ionenstoß. (Nach Arbeiten von O. Thieme, G. Haft, O. Fischer, K. Larché und W. Hanle.) S. 245.

Originalmitteilungen:

H. Deutler, Experimentelle Untersuchungen über die Abhängigkeit der Zugspannungen von der Verformungsgeschwindigkeit. S. 247.

J. G. Kirkwood, Quantenmechanische Berechnung der Konstanten einiger polarer Moleküle. S. 259.

N. H. Kolkmeijer und A. L. Th. Moesveld, Über die Reglersche Eichungsmethode zur Präzisionsbestimmung von Gitterdimensionen und die unsrige. S. 265.

E. H. L. Meyer und W. Ramm, Die Struktur der Rayleigh-Strahlung. Mit Tafel I. S. 270.

VORTRÄGE VON DER 14. TAGUNG DES GAUVEREINS THÜRINGEN–SACHSEN–SCHLESIEN DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT AM 9. UND 10. JANUAR 1932 IN LEIPZIG.

W. Messerschmidt (Halle a. d. S.), Zur sonnenzeitlichen Periode der Ultrastrahlung. (Aus dem Institut für Experimentalphysik der Universität Halle a. d. S.)

Wie G. Hoffmann[1]) gezeigt hat, ist die sonnenzeitliche Periode der ungefilterten Ultrastrahlung vom täglichen Gang der Temperatur der Atmosphäre abhängig. Neue Messungen der Ultrastrahlung in Halle[2]) lassen nahezu quantitativ den Einfluß der Temperatur und des Luftdrucks erkennen. Die Schwankungen der Strahlungsintensität werden durch die Auflockerung der Atmosphäre hervorgerufen, wobei sich die von der Ultrastrahlung ausgelöste Streustrahlung ändert. Bei großer täglicher Temperaturschwankung beträgt die Amplitude der Strahlung mehrere Prozent der Gesamtintensität. Daß es sich nicht um eine direkt von der Sonne ausgesandte Strahlung handeln kann, geht schon daraus hervor, daß die Intensitätsänderung durch die Temperatur bei schräger und horizontaler Einstrahlung in gleichem Maße vorhanden ist. Bereits nach einer Filterung durch 5 mm *Pb* beträgt die Amplitude im Mittel nur noch etwa 0,6 Proz., ein sicheres Zeichen, daß es eine weiche Streustrahlung ist, die in den unteren Luftschichten ihren Ursprung hat[1]).

1) G. Hoffmann, Zeitschr. f. Phys. **69**, 703, 1931.

2) Die ausführliche Veröffentlichung erscheint in Zeitschr. f. Phys. **74**, 187, 1932.

1) Nach Bennet, Stearns und Compton (Phys. Rev. **38**, 1566, 1931) kann die tägliche Strahlungsperiode durch Temperaturschwankungen der Apparatur selbst infolge Änderung des Sättigungsgrades des Ionisationsstromes verursacht werden. Nach den letzten hallischen Messungen konnte bereits festgestellt werden, daß in der ungefilterten Strahlung bei konstantgehaltener Meßraumtemperatur die Abhängigkeit der Strahlungsintensität von der Außenlufttemperatur bestehen bleibt. Untersuchungen über die Größe eines vielleicht vorhandenen direkten Temperatureinflusses auf die Apparatur werden augenblicklich durchgeführt. Eine derartige Apparaturstörung kann bei den bisherigen Messungen nur geringfügig sein, da auch ohne den jetzt eingebauten Temperaturregler die Temperatur im Meßraum während eines Tages sehr konstant ist (maximale Schwankung $\pm$ 0,5° C).

Auch in der allseitig mit 10 cm *Pb* gefilterten Strahlung ist dieser Temperatureinfluß mit einer mittleren Amplitude von 0,25 Proz. noch wirksam[1]). In Fig. 1 sind nun die Mittelwerte

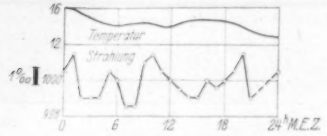


Fig. 1.

von 7 Tagen (10 cm *Pb*) gebildet, an denen keine tägliche Temperaturwelle vorhanden ist[2]). Die Werte streuen um etwa 0,1 Proz. um den Mittelwert. Diese Abweichung ist erklärlich, da

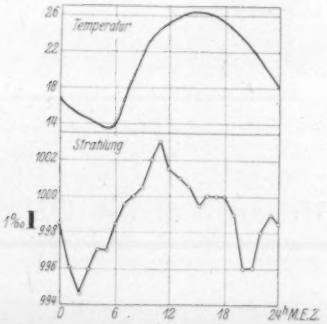


Fig. 2.

es eine Mittelbildung aus nur 7 Werten ist. Entsprechend sind in Fig. 2 7 Tage mit großer Temperaturschwankung zusammengestellt[3]). Hierin ist die tägliche Periode der gefilterten Strahlung mit einer Amplitude von etwa 0,5 Proz. gut ausgeprägt. Diese Beobachtungen dürften ein ausreichender Beweis sein, daß die sonnenzeitliche Periode der harten Ultrastrahlung durch meteorologische Einflüsse bedingt ist, und daß es sich nicht um einen primären Sonneneffekt[4]) handeln kann.

1) W. Messerschmidt, Zeitschr. f. Phys. **74**, 187, 1932.

2) Die Tage ohne Temperaturwelle sind: 21. 4.; 8. 5.; 10. 5.; 21. 5.; 18. 6.; 23. 6.; 25. 6. 1931.

3) Die Tage mit großer Temperaturschwankung sind: 2. 5.; 27. 5.; 28. 5.; 17. 6.; 26. 6.; 27. 6.; 28. 6. 1931.

4) V. F. Heß und W. S. Pforte, Zeitschr. f. Phys. **71**, 171, 1931.

Gerhard Schmerwitz (Jena), I. Messung von Schneidenkrümmungsradien.

Es wird ein Meßverfahren beschrieben zur Ermittlung des Krümmungsradius von Schneiden. Über die Ableitung der Formeln, verschiedene Anwendungen und Beispiele sowie Vergleich mit theoretischen Vorstellungen erschien eine Veröffentlichung in der Zeitschr. f. Instrumentenkunde **52**, Heft 1, 1—14, 1932.

Gerhard Schmerwitz (Jena), II. Einfluß des Schneidenradius auf die Empfindlichkeit der Hebelwaage.

Bei der Ableitung der statischen Gleichgewichtsbedingung für die Hebelwaage hat man bisher immer die experimentell nicht erwiesene Voraussetzung gemacht, daß die durch die Mittel- und Endschneiden definierten Drehachsen in bezug auf den Balken feste Achsen sind. Mit anderen Worten heißt das, die Schneiden wurden als absolut scharf, ihr Krümmungsradius als unmeßbar klein vorausgesetzt. Im Verlauf genauer Messungen[1]) ergab sich jedoch schon bei Pendelschneiden, daß deren Radien, die man bisher etwa auf 1 μ geschätzt hatte, im allgemeinen 5—10mal größer waren. Die Annahme lag nahe, daß sich auch bei der Hebelwaage ein Einfluß der Schneidenradien geltend macht.

Krümmungsmessungen, jedoch nur für die Mittelschneide einer Waage, sind schon von Guglielmo[2]) ausgeführt worden. Weitere Angaben findet man noch in dem Werk von W. Felgentraeger[3]). Man darf wohl annehmen, daß der Sicherheit dieser Messungen bisher kein sehr großes Gewicht beigelegt wurde, denn nur so ist es zu erklären, daß der beträchtliche Einfluß des Krümmungsradius auf die Empfindlichkeit der Hebelwaage mit seinen notwendigen Konsequenzen nicht entsprechend beachtet worden ist.

Einfluß der Durchbiegung.

Die aus der statischen Gleichgewichtsbedingung in jedem Lehrbuch der Physik abge-

1) G. Schmerwitz, Messung von Schneidenkrümmungsradien. Zeitschr. f. Instr. **52**, H. 1, 1—14, 1932.

2) G. Guglielmo, Lincei Red. (5) **11**, 263, 1902.

3) W. Felgentraeger, Theorie, Konstruktion und Gebrauch der feineren Hebelwaage. B. G. Teubner, Leipzig 1907.

leitete Beziehung lautet bekanntlich:

$$E = \frac{\varphi}{p} = \frac{l}{M \cdot d + a \cdot M'}. \qquad (1)$$

Hierbei ist φ der Winkel in Bogenmaß, hervorgerufen durch das Übergewicht p, l der Hebelarm, M die Masse des Balkens, d dessen Schwerpunktsabstand von der Mitteldrehachse, M' die Gesamtmasse der Belastungen auf beiden Seiten, a der Abstand der Verbindungslinie der Enddrehachsen von der Mitteldrehachse (nach unten positiv).

Die allgemein übliche Diskussion dieser Gleichung wird, was das Glied $a \cdot M'$ betrifft, etwa so gegeben: Um den Einfluß der Belastung auf die Empfindlichkeit zu vermeiden, müssen die drei Schneiden in eine Ebene gebracht werden, wobei a gleich Null wird. Jedoch werden die Endachsen meist etwas höher gelegt, damit eine oft noch auftretende Abnahme der Empfindlichkeit, die man der Durchbiegung des Balkens zur Last legt, kompensiert wird.

Fast alle Waagen weisen nun trotz dieser Maßregeln immer noch eine beträchtliche Abnahme der Empfindlichkeit mit der Belastung auf. Diese beträgt bei Maximallast oft nur noch 50 Proz. des Ausgangswertes — und, was hier besonders hervorgehoben werden soll, ohne Unterschied bei einer alten langarmigen oder neueren, etwa halb so langen, kurzarmigen Hebelwaage. Bei einer Verkürzung der Hebellänge im Verhältnis 1 : 2 müßte nach der bisherigen Annahme einer vorwiegenden Durchbiegung bei sonst gleichen Voraussetzungen die Empfindlichkeitsabnahme wie 1 : 8 geringer werden! Das ist, wie an vielen Beispielen nachgeprüft wurde, nicht der Fall.

Die allgemein übliche Praktikumsgewohnheit, die Empfindlichkeitsmessungen bei verschiedenen Belastungen direkt (d. h. E als Ordinate, M' als Abszisse) aufzutragen, berechtigt, falls man eine nicht horizontale Gerade erhält, keineswegs zu der Behauptung, die Durchbiegung des Waagebalkens verursache die Änderung dieser Werte.

Eine einwandfreie, physikalische Diskussion solcher Messungen kann nur in folgender Weise vorgenommen werden: Wird für den Balken eine meßbare Durchbiegung vorausgesetzt, so ist der Faktor a nicht mehr als konstant zu betrachten. Hierfür ist zu setzen:

$$a = a_0 + \beta \cdot \frac{M'}{2},$$

wo a_0 der Abstand der Berührungslinie der Endschneiden von der Mittelschneide bei der Belastung Null bedeutet und β die Durchbiegung für die Belastungseinheit. Führt man das in die Gleichung (1) ein, so erhält man bei Berücksichtigung der Durchbiegung die Form:

$$E = \frac{\varphi}{p} = \frac{l}{M \cdot d + a_0 \cdot M' + \frac{\beta}{2} \cdot M'^2}. \qquad (2)$$

Erst an Hand dieser Gleichung kann man entscheiden, ob ein meßbarer Durchbiegungseinfluß vorhanden ist oder nicht. Zu diesem Zweck benutzt man die Gleichung (2) in reziproker Form, so daß man je nachdem eine lineare oder parabolische Beziehung zwischen $\frac{l \cdot p}{\varphi}$ und M' erhält. Bei dieser Umformung:

$$\frac{l \cdot p}{\varphi} = M \cdot d + a_0 \cdot M' + \frac{\beta}{2} M'^2 \qquad (2a)$$

ist es möglich zu unterscheiden, wie groß die Durchbiegung ist und welcher Betrag von a_0 (der Ausjustierung und den Krümmungsradien der Schneiden) herrührt. An Hand der Formel 1 (bzw. 2) kann man eine solche Entscheidung nicht fällen, da bei einer Auftragung von E und M' eine Unterscheidung zwischen einer Hyperbel 1. oder 2. Grades mit Sicherheit bei diesen Meßresultaten nicht durchgeführt werden kann.

An 10 Waagen[1]) konnte — auch bei der ältesten langarmigen Hebelwaage, bei der immerhin ein meßbarer (in M' quadratischer) Einfluß der Durchbiegung zu erwarten gewesen wäre — innerhalb der Meßgenauigkeit von etwa 5 Proz. ein solcher eindeutig nicht nachgewiesen werden. Die Empfindlichkeitsabnahme ließ sich in allen Fällen auf einen zu großen Faktor a zurückführen, den man nach der alten Formel (1) nicht erklären kann. Hierfür ist die Einführung der Krümmungsradien erforderlich, die im folgenden durchgeführt werden soll.

Einfluß der Schneidenradien.

In Fig. 1 seien l_r, l_l die Hebelarme, $\frac{M'}{2}$ Masse und Belastung einer Schale, ϱ_1 der Krümmungsradius der Mittelschneide, ϱ_r, ϱ_l die der Endschneiden, a_0 der Abstand der Tangente beider Endschneiden von der Mittelschneide, d der Schwerpunktsabstand des Balkens vom Berührungspunkt der Mittelschneide mit der festen

1) Diese Waagen wurden fast alle in dankenswerter Weise von Herrn Geheimrat Prof. M. Wien für die Untersuchungen zur Verfügung gestellt.

Pfanne (P) bei horizontaler Balkenstellung. $E.P.$ seien die beweglichen Endpfannen, an

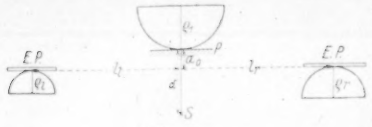


Fig. 1.

denen die Schalen hängen. Wird die Waage auf der rechten Seite mit dem Übergewicht p belastet, so sei die neue Ruhestellung in der Fig. 2 bei einem Winkelausschlag φ erreicht.

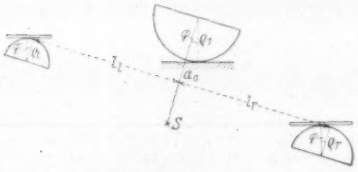


Fig. 2.

Die Summe der jetzt im Gleichgewicht rechts und links angreifenden Drehmomente ist bei kleinem φ:

$$M\cdot(\varrho_1+d)\varphi+M_l'(l_l+\varrho_l\cdot\varphi+[\varrho_1+a_0]\varphi)$$
$$=(l_r-(\varrho_1+a_0)\varphi-\varrho_r\cdot\varphi)(M_r'+p);$$

da

$$\cos\varphi\sim 1 \text{ und } M_l'=M_r'=\frac{M'}{2} \text{ bei } l_r=l_l=l$$

gesetzt wird, erhält man in genügender Annäherung:

$$M(\varrho_1+d)+(\varrho_l+\varrho_r)\frac{M'}{2}+(\varrho_1+a_0)M'=\frac{p\cdot l}{\varphi}$$

oder

$$\frac{p\cdot l}{\varphi}=M(\varrho_1+d)+(a_0+\varrho_1+\varrho_2)\cdot M', \quad (3)$$

falls der Mittelwert der Endschneiden:

$$\frac{\varrho_l+\varrho_r}{2}=\varrho_2.$$

eingeführt wird, in der sonst gebräuchlichen Form:

$$E=\frac{\varphi}{p}=\frac{l}{M(\varrho_1+d)+(a_0+\varrho_1+\varrho_2)\cdot M'}. \quad (3a)$$

Da der Faktor a_0 einen sehr kleinen, möglichst verschwindenden Wert besitzt, durfte man die beiden Schneidenradien, die auch bei guten Waagen zusammen oft größer als 20 μ gefunden werden, keinesfalls unberücksichtigt lassen.

Die Waagenbauer haben sich bisher streng an die alten Forderungen der Physiker gehalten, und die drei Schneiden gut in eine Ebene gebracht, was sich immer bis auf wenige μ genau durchführen ließ. Das Ziel der Belastungsunabhängigkeit konnte freilich auf diese Weise ohne Rücksichtnahme auf die Schneidenradien nicht erreicht werden.

Beispiele.

Die hier abgeleiteten neuen Beziehungen sollen im folgenden durch einige Meßbeispiele bekräftigt werden. In Fig. 3 ist eine Empfindlichkeitsmessung an einer Chemikalienwaage in der Form wiedergegeben, wie sie oben beschrieben wurde. Diese zeigte immer eine starke Abnahme der Empfindlichkeitswerte mit der Belastung, die man zuvor in gewohnter Weise auf die Durchbiegung schob. Die Waage war mit Stahlschneiden ausgerüstet, die in konkaven Pfannen lagen. Für die vorliegende Messung wurde sie jedoch mit planen Mittel- und Endpfannen versehen

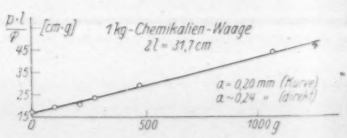


Fig. 3.

und die Ablesungen mit Spiegel und Skala ausgeführt. Der wesentliche Grund, nur plangeschliffene Pfannen zu verwenden, soll erst nachher erläutert werden.

Aus der Lage der Meßpunkte geht mit Deutlichkeit hervor, daß die Durchbiegung die Empfindlichkeit in keiner Weise beeinflußt. Der Faktor $a=(a_0+\varrho_1+\varrho_2)$, der sich aus der Steigung der Kurve zu etwa 0,20 mm ergibt, stimmt auch noch relativ gut mit dem direkt gegen einen gespannten Draht gemessenen Schneidenabstand 0,24 mm überein. Der Hauptgrund für die nur 20 proz. Übereinstimmung liegt in der Ungenauigkeit der direkten Messung, da die Schneiden nicht ganz gerade waren.

In Fig. 4 sind dieselben Messungen an einer guten kurzarmigen Hebelwaage mit Aluminiumbalken und plangeschliffenen Pfannen dargestellt. Während bei dem vorigen Beispiel a_0 groß gegen die Krümmungsradien war, haben

wir hier den allgemein vorliegenden Fall, daß a_0 in der alten Weise nahezu ausjustiert ist und nur die Krümmungsradien in Erscheinung treten. Der Abstand a_0 wurde (bei der Firma Zeiss von Herrn Dr. Wolf) zu $+3\,\mu$ ($\pm$ 1—2 μ)

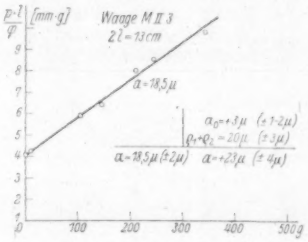


Fig. 4.

bestimmt. Die Messung der Mittelschneide ergab einen Radius von 9 μ, die der Endschneiden einen Mittelwert von 11 μ.

Aus diesem Beispiel geht wieder deutlich hervor, daß die Durchbiegung des Waagebalkens keinen meßbaren Einfluß auf die Empfindlichkeitsabnahme besitzt und daß die Krümmungsradien der Schneiden diese unerwünschte Eigenschaft fast ganz allein verursachen. Die maximal zulässige Belastung dieser Waage betrug 200 g.

Auf Grund dieser Untersuchungen darf in Zukunft die Ausjustierung der Waagenschneiden nur so vorgenommen werden, daß die Mittelschneide um die Summe der beiden Krümmungsradien: $(\varrho_1 + \varrho_2)$ tiefer gelegt wird als die Endschneide. Man kann somit von einer guten Waage durchaus verlangen, daß sie eine konstante Empfindlichkeit besitzt. Die Schneidenradien müssen nur vor dem Einbau in den Waagebalken gemessen werden[1]) und so, wie hier gefordert, ausjustiert sein. Tritt dann beim Gebrauch der Waage doch noch eine Abnahme der Empfindlichkeit auf, so ist das nur ein deutliches Zeichen dafür, daß die Schneiden schlecht behandelt worden sind.

An einem dritten Beispiel in Fig. 5 ist diese Forderung einmal praktisch durchgeführt worden. Ein Balken einer gewöhnlichen 5-kg-Waage, deren Mittelschneide verstellbar war, wurde von Herrn Prof. Winkelmann für die Versuche zur Verfügung gestellt. Die Stahlschneiden hatten die für eine Demonstration besonders gut geeigneten großen Radien $\varrho_1 = 73\,\mu$; $\varrho_2 = 42\,\mu$. Die Messung wurde wie in Beispiel 1 mit plangeschliffenen Pfannen sowie Spiegel- und Skalenablesung ausgeführt. Durch Verstellen der Mittelschneide wurde, wie aus der Fig. 5 hervorgeht, erreicht, daß die Empfindlichkeit ganz konstant blieb. Die Ausmessung der

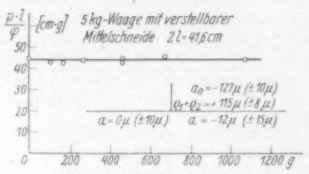


Fig. 5.

Größen a_0, ϱ_1 und ϱ_2 bestätigte innerhalb der Meßgenauigkeit wieder die Richtigkeit der hier aufgestellten Forderungen.

Bei dem ersten Meßbeispiel wurde bereits hervorgehoben, daß statt der alten konkaven Pfannen neue plangeschliffene benutzt worden sind. Der Grund hierfür ist der, daß der Krümmungsradius nur bei einer wirklich gut geschliffenen Gegenfläche als solcher definiert ist. Ist diese nicht poliert, sondern konkav und zeigt sie deutlich Riefen in der Längsrichtung, so kann es vorkommen, daß ein scheinbarer, oft bis um den vierfachen Betrag größerer Radius wirksam ist[1]). An einer solchen Waage mit konkaven Pfannen wurden, je nachdem an welcher Stelle die Schneiden auflagen, bei 3 Meßreihen Werte aus den Tangenten zu 32, 50 und 84 μ erhalten. Nur bei Benutzung ebener Pfannen und falls diese frei beweglich auf der Schneide auflagen, konnten reproduzierbare Meßresultate erhalten werden.

Im Anschluß an diesen Abschnitt sei erwähnt, daß auch für die Schwingungsgleichung der Hebelwaage bei jeder Belastung eine Übereinstimmung der gemessenen Größen (Trägheitsmoment, Direktionskraft und Schwingungsdauer) erhalten wurde, jedoch nur, falls man bei der Direktionskraft die Schneidenradien mit in die Berechnung einbezog.

Es soll gelegentlich bei Hebelwaagen vorkommen, daß anfänglich eine Zunahme der Empfindlichkeit mit der Belastung gemessen wird und erst bei größeren Werten wieder eine Abnahme. Dieser Fall wäre, falls er sich bei genaueren Messungen bestätigen sollte, nur mit einer Durchbiegung zu erklären. Da die Empfindlichkeitsmessungen bei verschiedenen Belastungen selten auf mehr als 4 Punkte ausgedehnt werden, dürfte sich eine gelegentliche Zunahme der Werte, wie sich bei dem einzigen Beispiel dieser

1) Ein Schneidenkrümmungs-Meßapparat, wie er in der Zeitschr. f. Instr. 1932 Heft 1 beschrieben ist, wird bei der Firma Carl Zeiss-Jena gebaut.

1) Zeitschr. f. Instr. l. c. Seite 12—13.

Art auch nachweisen ließ, wohl meist auf eine nicht angestellte Kontrolle über die Schwankung der Meßresultate zurückführen lassen. Die hier eingeführte Auftragung der reziproken Empfindlichkeitswerte wird bei genügender Anzahl immer erst ein sicheres Urteil darüber zulassen.

Von Felgentraeger[1]) ist in dem schon erwähnten Buch für eine Reihe von Waagebalken eine Berechnung der Durchbiegung für die Maximallast ausgeführt worden. Daraus sind folgende Mittelwerte für 1 kg Belastung entnommen:

	Langarmiger Messingbalken	Kurzarmiger Messingbalken	Kurzarmiger Aluminiumbalken
	$2l = 40$ cm	$2l = 24$ cm	$2l = 15$ cm
Durchbiegung	10 μ	2 μ	2,5 μ

Selbst bei der Maximalbelastung beträgt die Durchbiegung auch hier in den letzten beiden Beispielen etwa nur $^1/_{10}$ der Größe der Schneidenradien!

Eine Deformation der Schneiden mit der Belastung, die eine ähnliche Wirkung wie die Durchbiegung besitzt, wurde mit Sicherheit bisher nicht gefunden. Sie ist auch nach den Schneidenkrümmungsmessungen bei den vorliegenden Belastungen noch nicht zu erwarten.

Einfluß der Schneidenkrümmung auf die Leistungsgrenze der Hebelwaage.

Die Krümmungsradien bzw. deren Schwankungen sind auch die Ursache dafür, daß die bisher mit der Hebelwaage erreichte relative Meßgenauigkeit bei einem Wert von etwa 10^{-8} ihre Grenze hat. Das sollen die folgenden Messungen zeigen.

Hierfür wurde zunächst ein Waagebalken ohne Schalen verwendet. Für diesen Fall geht, da $M' = 0$ ist, die Formel 3a über in:

$$E = \frac{q}{p} = \frac{l}{M(d+\varrho)}. \qquad (4)$$

Der Einfluß von ϱ wird hier um so mehr in Erscheinung treten je kleiner d ist. Reguliert man das Laufgewicht so, daß d Null ist, so hängt die Empfindlichkeit nur von dem Radius der Schneide und somit auch von deren Unregelmäßigkeiten ab. Wird d sogar negativ gewählt, so muß sich eine Inkonstanz von ϱ infolge der Differenz $(\varrho - d)$ ganz besonders stark bemerkbar machen. Es wird sich bei jeder Zeigerstellung der Änderung des Radius entsprechend eine andere Empfindlichkeit ergeben. In der Fig. 6 ist von einer Hebelwaage ($2l = 31$ cm) der Krümmungsradius der Mittelschneide als Ordinate, die dazugehörige Skalenstellung des Zeigers als Abszisse

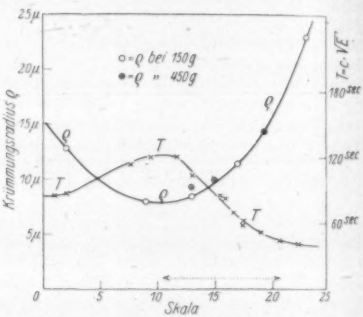


Fig. 6.

aufgetragen. In derselben Figur ist die entsprechende Empfindlichkeitskurve durch die direkt gemessenen T-Werte wiedergegeben.

Bei dieser Stahlschneide nimmt die Krümmung von der Mitte nach beiden Seiten ziemlich stark ab. Eine Änderung von ϱ um den doppelten Betrag innerhalb des Meßbereiches wird im allgemeinen bei guten Waagen nicht vorkommen. Schwankungen um weniger als 10—20 Proz. sind jedoch auch bei diesen selten zu finden.

Der Schwerpunktsabstand ist hier bei Skalenziffer 10 ungefähr: $-6{,}5\,\mu$. Die Auswirkung auf die Empfindlichkeit ist dementsprechend groß. Die Schwingungsdauer T wurde bei sehr kleinen Amplituden mit Fernrohr und Skala ermittelt. Die Empfindlichkeit bei $T = 120$ sec beträgt etwa 80 Skalenteile pro mg. Würde man statt T die E-Werte eintragen, so ergäbe sich ein noch stärker ausgeprägter Verlauf der Kurve. Die reziproke Beziehung (Formel 4) der E- und ϱ-Werte kommt durch die beiden Kurven deutlich zum Ausdruck. So liegt unter anderem z. B. das Maximum der Empfindlichkeit gut an der Stelle des kleinsten ϱ-Wertes. Die durchkreuzten Meßpunkte bei der ϱ-Kurve stammen von einer Messung, bei der das Gewicht des Balkens bei sonst gleichbleibenden Verhältnissen erhöht war.

Diese Waage wurde im allgemeinen bei einer Empfindlichkeit von 2 Skalenteilen pro 1 mg verwendet. Sie kann aber auch, wie man an diesem Beispiel (und besonders an dem nächsten) sieht, überhaupt keine genaueren Resultate liefern, da die hierfür notwendige Voraussetzung, daß $(d + \varrho)$ konstant ist, nicht zutrifft.

In der Figur 7 sind die Schwingungsbeobachtungen über die Maximalamplitude zwischen

1) W. Felgentraeger l. c. Seite 52—54.

Skalenteil 10,5—20,5 eingetragen. Es entspricht der in Fig. 7 mit Fernrohr und Skala abgelesene Meßpunkt 22 dem Skalenpunkt 10,5 in Fig. 6; ebenso Punkt 4, Fig. 7 der Skalenstelle 20,5 in Fig. 6. Hier ist wie üblich die (durch die punktierte Kurve wiedergegebene) Mittellage aus den Umkehrpunkten abgeleitet. Das Resultat ist infolge der Inkonstanz von ϱ keine horizontale Gerade. Das Schwingungszentrum ist eine

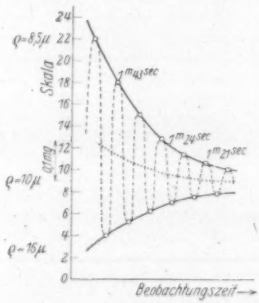


Fig. 7.

Funktion der Amplitude, infolge der unharmonischen Bewegung, die in der Fig. 7 deutlich zum Ausdruck kommt. Eine Wägung kann demzufolge keine genauere Reproduzierbarkeit der Werte als auf etwa 0,1 mg ergeben. Manche scheinbar unkontrollierbare Verlagerung des Nullpunktes während einer Messung wird wohl ihre Erklärung in dieser Amplitudenfunktion der Ruhelage finden!

Da auch bei den besten Waagen die Krümmungsradien niemals ganz konstant sind und ihre Fehler im ungünstigen Fall sich noch addieren können, ist die Leistung einer Hebelwaage durch die Güte der drei Schneiden festgelegt — und nicht etwa, wie mitunter behauptet wird, dadurch, daß die Schwingungsdauer bei zu großer Empfindlichkeit zu lang wird. Jeder Physiker würde gern die 10fache Beobachtungszeit opfern, um dafür die 100fache Genauigkeit seiner Meßresultate zu erhalten!

Eine Vergrößerung der relativen Meßgenauigkeit der Hebelwaage kann man unter Beibehaltung der bisherigen Formen nach dem Vorangehenden nicht mehr erwarten. Eine Steigerung der Empfindlichkeit, wie sie beispielsweise durch ein Horizontalpendel[1]) erreicht werden kann, wird sich, wie dort schon erwähnt und durch diese Arbeit begründet ist, nur ausnutzen lassen bei Ersatz der Endschneiden durch eine Bandaufhängung und Anwendung einer Nullmethode oder bei Ersatz aller Schneiden durch Bänder. Über die hiermit erzielten Resultate wird später berichtet werden.

1) G. Schmerwitz, Über Prinzip und Messung bei einer weitgehenden Empfindlichkeitssteigerung der Hebelwaage. Physik. Zeitschr. **31**, 823, 1930; G. Schmerwitz, Erhöhung der Empfindlichkeit der Hebelwaage durch ein Horizontalpendel. Zeitschr. f. Geophys. **7**, Heft 1—2, Seite 104—108, 1931.

Zusammenfassung.

Es wird versucht, eine Reihe verbreiteter unklarer und auch falscher Vorstellungen über die gewöhnliche Hebelwaage richtigzustellen. Das betrifft vor allem den Einfluß der Durchbiegung, der meist überhaupt nicht nachweisbar vorhanden ist. Weiter wird theoretisch sowie experimentell an einigen angeführten Meßbeispielen der nicht zu vernachlässigende Einfluß der Schneidenkrümmungsradien erwiesen. Die Unregelmäßigkeit dieser Schneidenkrümmungsradien stellt sich als eine der Hauptursachen für die Nullpunktsschwankungen bei größeren Empfindlichkeiten heraus. Die aus diesen Ergebnissen folgenden Konsequenzen werden sowohl hinsichtlich einer konstruktiven Verbesserung der gewöhnlichen Hebelwaage sowie für eine Neukonstruktion zur Erreichung höherer Meßgenauigkeiten gezogen.

Jena, Reichsanstalt für Erdbebenforschung, Dezember 1931.

H. Martin (Jena), Selbsttätige Frequenzregulierung.

Mit Hilfe von zwei Oszillatoren (z. B. Stimmgabeln, Stäben), die in verschiedenen Ebenen schwingen, kann man die sogenannten Lissajouschen Figuren (L. F.) erzeugen. Wenn die Schwingungsdauer der beiden Systeme vollkommen konstant und das Verhältnis ein ganzzahliges ist, erhält man eine stehende L. F., für deren Aussehen neben den Amplituden und dem Frequenzverhältnis noch die Phasenverschiebung der beiden Oszillatoren maßgebend ist. In Fig. 1 sind unter Annahme gleicher Amplituden bei einem Frequenzverhältnis von 3:2 die Bilder bei den entsprechenden Phasendifferenzen wiedergegeben.

Wenn das Frequenzverhältnis der beiden schwingenden Systeme nicht genau ein ganz-

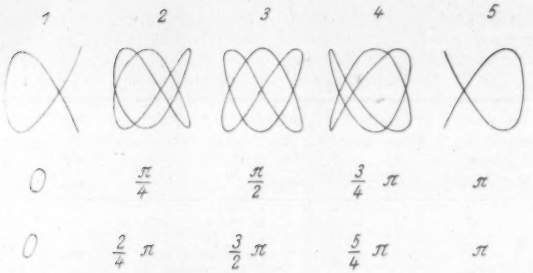


Fig. 1.

zahliges ist, äußert sich das in einer dauernden Drehung der L. F. Und zwar erfolgt der periodische Wechsel in der Zeit, in der das System mit der niedrigeren Frequenz eine Schwingung mehr oder weniger gemacht hat als es dem ganzzahligen Verhältnis entspricht. Denn ist s die Dauer eines Schwebungsintervalles in Sekunden, n_1 und n_2 die beiden Frequenzen und q das nächste ganzzahlige Verhältnis, so besteht die Beziehung

$$s = \frac{\pm q}{n_1 - q \cdot n_2},$$

wobei der Drehungssinn sich aus dem positiven oder negativen Werte des Nenners ergibt.

Bei Verwendung von magnetisierbaren Stimmgabeln und Stäben kann man die Schwingungsdauer des einen Systems beispielsweise durch das veränderliche Feld eines Elektromagneten in beträchtlichen Grenzen ändern; denn durch das Magnetfeld wird eine zusätzliche Direktionskraft auf das schwingende System ausgeübt. Benutzt man nun zwei Stimmgabeln, von denen die eine hinsichtlich ihrer Frequenz konstant bleibt, während die Schwingungsdauer der anderen verändert werden kann, so läßt sich durch Beeinflussung des veränderlichen Magnetfeldes mit sehr einfachen Mitteln jedes mögliche Bild der entsprechenden L. F. erzeugen (langsames Wandern) und auch aufrecht erhalten (Stehen der Fig.).

Die beschriebene Möglichkeit der Veränderung des Frequenzverhältnisses zweier schwingender Systeme kann man dazu verwenden, ihr

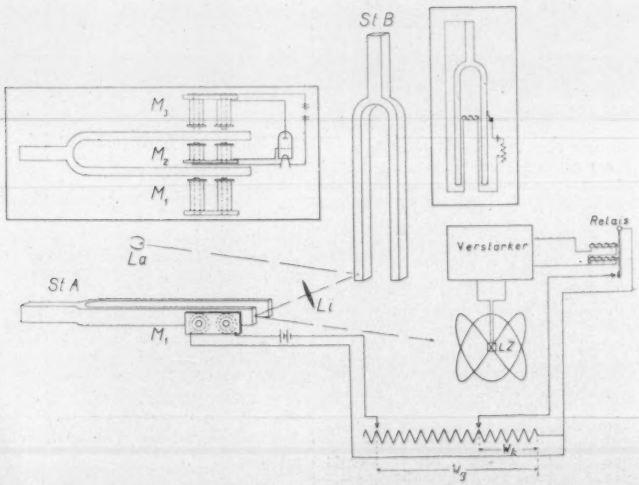


Fig. 2.

genaues Frequenzverhältnis dauernd und beliebig lange zu unterhalten.

Nehmen wir an, das Bild der L. F. in Fig. 1 gehe vom Fall 2 in den Fall 4 über, dann wird auch der Fall 3 durchlaufen. Setzen wir nun an die Stelle, wo sich der Mittelpunkt der L. F. befindet, eine lichtelektrische Zelle (L. Z.) (s. Fig. 2), so können wir nach entsprechender Verstärkung ein Relais in dem Moment betätigen lassen, in dem auf die Zelle Licht fällt. Das Relais aber schließt einen Widerstand W_k kurz, wodurch die Schwingungszahl der Stimmgabel *St B* infolge des geänderten Stromes im Magneten M_1 derart in der Frequenz beeinflußt wird, daß jetzt ein Übergang der L. F. im Sinne von Fall 4 in Fall 2 erfolgt. Somit muß das Wandern der L. F. zwangsläufig zum Stillstand kommen. Denn im Moment der Beleuchtung der Zelle, wird die L. F. durch das Arbeiten des Relais „zurückgetrieben".

In Fig. 2 ist die gesamte Versuchsapparatur schematisch dargestellt. Die Stimmgabel *St B* hatte eine Frequenz von 63 Hertz und war eine Kontaktstimmgabel, während die Stimmgabel *St A* als Röhrenstimmgabel ausgebildet war und rund 42 Schwing./Sek. machte, wobei die Frequenz abhängig von dem Feld des Elektromagneten M_1 war. Die Schaltungen für die Erregung der beiden Stimmgabeln sind ebenfalls aus der Fig. 2 ersichtlich. Zu erwähnen ist noch, daß bei der Röhrenstimmgabel keinerlei Vorkehrungen für eine konstante Schwingungszahl

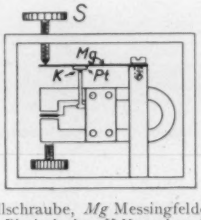


Fig. 3. *S* Stellschraube, *Mg* Messingfelder, *Pt* Bügel aus Platindraht, *K* Kontaktstelle.

getroffen worden war (Stimmgabel aus temperaturabhängigem Material, Oxydröhren, kein Kondensator im Anodenstromkreis[1]). Die L. F. wurden mit Hilfe einer 4-Watt-Spirallampe *La* und der Linse *Li* bei zweimaliger Reflexion erzeugt.

Als Relais wurde ein dynamisch wirkendes Relais verwandt. Dieses sprach im Rhythmus der Stimmgabel mit der niedrigeren Frequenz an, wodurch die periodische Feldstörung des Magneten M_1 bewirkt wurde. Das Relais bestand aus einem Lautsprechersystem und ist in Fig. 3 schematisch gezeichnet. Die Kontaktstelle befindet sich an der Stelle *K*, wobei mit Hilfe der feingängigen Schraube *S* eine Feineinstellung leicht möglich ist.

In Fig. 4 ist die Abhängigkeit der Frequenz der Röhrenstimmgabel von der Stromstärke des

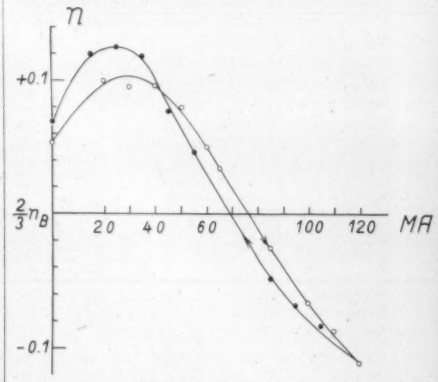


Fig. 4.

Magneten M_1 wiedergegeben. Dabei wurde, wie in Fig. 2 dargestellt, die eine Stimmgabelzinke erregt und die andere durch das Magnetfeld von M_1 beeinflußt.

Fig. 5 ist die Photographie einer L. F., die eine Aufnahmezeit von 7 Minuten erforderte. Aus der Schärfe der Umrandung der Fig. ist

Fig. 5.

→ Wanderrichtung ohne Zusatzfeld.
←- Wanderrichtung mit Zusatzfeld.

zu ersehen, daß die Fig. sich während der Belichtungszeit nicht merklich wahrnehmbar bewegt hat, daß somit das Frequenzverhältnis 3 : 2 exakt aufrecht erhalten wurde. Bei einem Versuch wurde diese Konstanthaltung auf eine Länge von 2 Stunden ausgedehnt. In dieser Zeit hatte

[1]) W. Hensel, Untersuchungen über die Konstanz elektrisch erregter mechanischer Schwingungen. Diss. Leipzig 1928.

sich die Frequenz der Röhrenstimmgabel um 0,6 Promille geändert, wie sich aus der Umlaufgeschwindigkeit der L. F. am Anfang und am Ende des Versuches ergab.

Auch elektrische Schwingungskreise können bei entsprechender Abänderung der Versuchsbedingungen hinsichtlich ihrer Frequenz gesteuert werden. Somit haben wir ganz allgemein eine neue Synchronisierungsmöglichkeit, die außerdem die exakte Konstanthaltung der jeweiligen Phase verbürgt.

Zusammenfassung.

Es wird ein einfaches Verfahren zur Demonstration der Lissajouschen Figuren mit veränderlicher Phasendifferenz und eine weitere Anwendung des Photorelais zur Frequenzsteuerung beschrieben.

Jena, Reichsanstalt für Erdbebenforschung.

O. Pfetscher und R. Beck (Jena), Übertragungsversuche mit der 1,3 m-Welle.

Der Vortrag gab einen Bericht über die Durchführung einer zunächst zwar rein technischen Aufgabe, die aber insofern vielleicht auch vom Standpunkt des Physikers aus Interesse verdient, als ihr im wesentlichen der Hertzsche Spiegelversuch, ausgeführt auf größere Entfernung, zugrunde liegt. Es handelte sich um einen Versuch zur Verwirklichung des sog. „drahtlosen Kabels", einer neuen Anwendung der schon merklich die geradlinige, quasi-optische Ausbreitung zeigenden elektrischen Wellen unter 4 m. Das etwas irreführende Schlagwort bezeichnet folgende wohl von W. Hahnemann stammende Idee: Ähnlich wie beim Kabel ein Signal von Feld zu Feld, von Verstärker zu Verstärker über die größten Entfernungen weitergeleitet wird, sollen von kleinen Ultrakurzwellensendern, die auf erhöhten Punkten (z. B. Bergen)

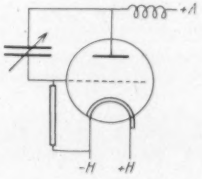


Fig. 1.

aufgestellt sind, in scharf gerichteter Strahlung Signale von Berg zu Berg weitergegeben werden. In Deutschland ließe sich ein ganzes Netz derartiger Leitungen ausbauen, das insbesondere für polizeiliche und militärische Zwecke angesichts der leichten Überwachungsmöglichkeit Bedeutung besäße.

Auf Veranlassung von A. Esau haben wir, zunächst wenigstens für Telegraphie, die Durchführbarkeit dieses Gedankens in zwei ersten Feldern praktisch nachgewiesen: auf dem Fuchsturmberg in Jena stand ein kleiner, mit 1000 Hertz mudolierter Gegentaktsender für eine

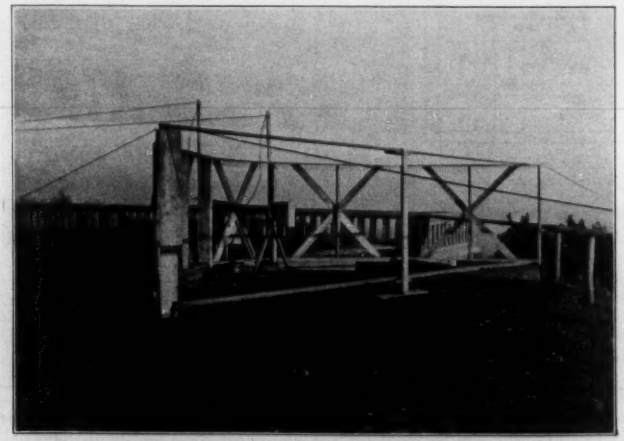


Fig. 2.

Welle von 3,14 m in einem Parabolspiegel von $3\,\lambda$ Öffnung. Die abgegebene Leistung betrug etwa 1 Watt. Auf dem Inselsberg im Thüringer Wald, also in etwa 80 km Entfernung, befand sich der nach dem Armstrongschen Prinzip arbeitende Empfänger. Die aufgenommene Niederfrequenz wurde dort mit Hilfe eines auf 1000 Hertz abgestimmten Filterkreises von dem lästigen Superregenerationsrauschen befreit und zur Modulation eines zweiten, auf der Welle 1,3 m betriebenen Senders benutzt. Letzterer stand wieder in einem Parabolspiegel, der seinerseits nach der Wasserkuppe in der Rhön (Entfernung 55 km) gerichtet war. Dort war ein ebenfalls mit Pendelrückkoppelung ausgestatteter Empfänger aufgestellt, an dem vorerst die Übertragung abgehört werden sollte.

Da das 3 m-Feld keine Besonderheiten bietet, soll hier nur die 1 m-Apparatur kurz beschrieben werden, die für den vorliegenden Zweck eigens entwickelt worden war. Von der Verwendung der noch kürzeren B.- und K.-Schwingungen ($\lambda \sim 20$ cm), wie sie z. B. die Int. Teleph. u. Telegr. Comp. bei den Versuchen über den englischen Kanal eingesetzt hat, wurde trotz der Möglichkeit einer besseren Bündelung vorläufig Abstand genommen, weil bei diesen Wellen bekanntlich die Röhren besonders ausgesucht sein müssen und sich bis jetzt nicht ohne weiteres auswechseln lassen, wie es praktisch zu fordern wäre. Aber auch für die normale Rückkoppelungsschaltung für $\lambda \sim 1$ m bleibt — abgesehen von der hier noch möglichen Abstimmung des Schwingkreises außerhalb der Röhre — das Problem der Wellenverkürzung eine Röhrenfrage. Die Röhrenkapazität, die außer der Wellenlänge auch die Dämpfung des Schwingkreises beeinflußt, muß so klein wie möglich gehalten werden; gleichzeitig ist eine große Steilheit und eine hohe Anodenbelastbarkeit der Röhre erforderlich, da diese Sender wegen des geringen Anodenwiderstandes der Schaltung für sehr hohe Frequenzen im unterspannten Zustand arbeiten. Eine systematische Entwicklung der Kurzwellenröhre nach diesen Gesichtspunkten von seiten der deutschen Industrie steht leider heute noch aus. Es mußten also für den vorliegenden Fall zufällige Erzeugnisse verwendet werden. Als geeignet erwiesen sich die Typen: *TKD* 4 *U* 130, Valvo *A* 4110 und Telefunken *REN* 904. Nach den bisherigen Erfahrungen erscheint der Ausbau derartiger Oxydröhre für Ultrakurzwellenzwecke erfolgversprechend.

Der Sender wurde sowohl als Gegentaktwie als Einrohroszillator ausgebildet. Die Schaltung im letzteren Falle zeigt Fig. 1. Die Modulation erfolgt anodenseitig. Der Dipol war galvanisch oder induktiv angekoppelt und befand sich in der Brennlinie eines zylindrisch-parabolischen Spiegels von $5\,\lambda = 6{,}5$ m Öffnung, der als nicht-abgestimmter Gitterspiegel ausgebildet worden war (siehe Fig. 2). Seine Brennweite war so bemessen, daß der Oszillator in das zweite Reflexionsmaximum zu stehen kam. Die

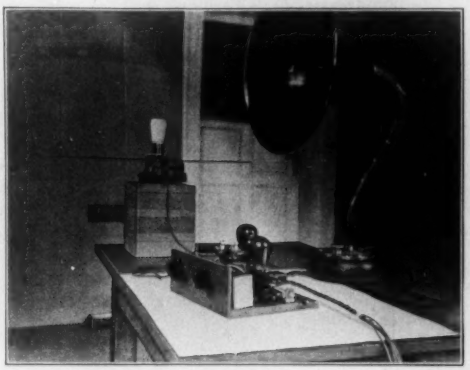


Fig. 3.

isoliert ausgespannten Reflektordrähte waren 130 cm lang und hatten einen gegenseitigen Abstand von $\lambda/30 \sim 4{,}5$ cm. Von S. Köhler in Jena durchgeführte Modellversuche mit 16 cm-Wellen, über die er an anderer Stelle berichten wird, ergaben für einen derartigen Spiegel eine nahezu 50fache Energieverstärkung bei einer Viertelwertbreite von $\pm 8^0$. Würde man auf der Seite des Empfängers ebenfalls mit Hilfe eines Spiegels nochmals eine 20fache Intensitätssteigerung hervorbringen, so würde das bedeuten, daß ein 1-Wattsender in dieser Anordnung ebenso laut empfangen werden könnte wie ein Sender mit 1 KW Leistung im selben Abstand ohne die Verwendung von Spiegeln.

Obwohl auf der Versuchsstrecke der Einsatz von Empfangsspiegeln noch nicht erforderlich war, wurde diese Möglichkeit doch bei der Anordnung des Empfängers bereits vorgesehen, indem das Audion von der übrigen Apparatur getrennt wurde. Es stand dann durch eine bis 12 m lange Leitungsschnur, über die auch die Pendelfrequenz lief, mit dem Superregenerations- und Verstärkerteil in Verbindung (Fig. 3). Im übrigen gleicht das Audion völlig dem Sender, so daß einerseits seine Anbringung im Spiegel

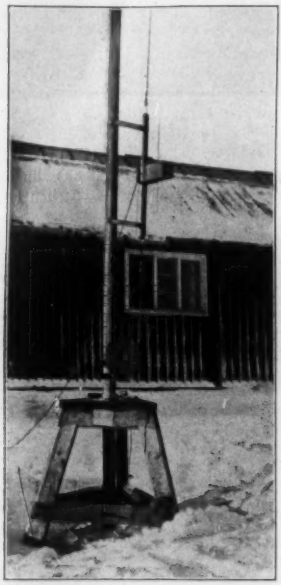


Fig. 4.

Interessant war auch die stark reflektierende Wirkung der auf der Wasserkuppe stehenden (keine besonderen Eisenkonstruktionen enthaltenden) Gebäude. Vor einer mit der Front ungefähr nach dem Inselsberg gerichteten Hauswand, konnten 5 ausgeprägte Reflexionsmaxima festgestellt werden. Atmosphärische Verhältnisse

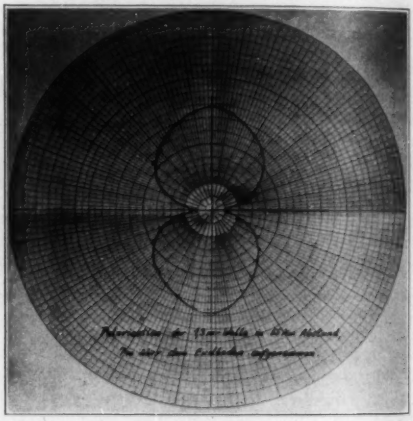


Fig. 5.

keine Schwierigkeiten machen würde, andererseits im weiteren Ausbau des Gerätes ein einfaches Umschalten von Senden auf Empfang möglich sein dürfte. Die Einstellung des Schwingeinsatzes und der Superregenerationsamplitude geschieht durch Regulierung der betreffenden Anodenspannungen über Hochohmwiderstände. Die Abstimmung des Audions erwies sich infolge der Verbreiterung der Resonanzkurve durch die Superregeneration als sehr wenig kritisch. Nach Anbringung eines Wärmeschutzes (Fig. 4) war es sogar möglich, den *H. F.*-Teil an einem Mast hochzuziehen, ohne daß sich die Abstimmung geändert hätte.

Das Audion war auf einer von 10 zu 10° mittels Seilzug verstellbaren Drehscheibe befestigt, die (bis zu einer Höhe von 7 m über dem Erdboden) die Messung der Polarisation des Feldes ermöglichte. Wie Fig. 5 zeigt, blieb sie auf die Entfernung von 55 km gut erhalten. Der Restausschlag in den Nullagen des Dipols entspricht dem Superregenerationsrauschen. Auffallend war, daß die Empfangsintensität mit der Höhe über dem Boden zunahm und erst von 5 m Höhe an konstant wurde, zumal der Geländeschnitt absolut freie Sicht zwischen beiden Bergen (Inselsberg und Wasserkuppe) erkennen läßt. blieben auf die Übertragung ganz ohne Einfluß. Als eine Störungsquelle erwiesen sich ungekapselte Zündanlagen von Automobilmotoren, und zwar bis zu etwa 50 m Entfernung vom Empfänger.

Das technische Ergebnis der Versuche läßt sich dahin zusammenfassen: Die Telegraphieübertragung von Jena über den Inselsberg nach der Wasserkuppe funktionierte einwandfrei, ebenso die Telefonie in den einzelnen Feldern. Eine Besprechung des drahtlosen Kabels über mehrere Relaissender hinweg wird durch das in diesem Falle mehrfache Superregenerationsrauschen zunächst erschwert. Doch sollen weitere Versuche, eventuell unter Heranziehung turmalingesteuerter Oszillatoren, durchgeführt werden.

W. Hanle (Jena), Neue Messungen der Lichtausbeute bei Elektronen- und Ionenstoß. (Nach Arbeiten von O. Thieme, G. Haft, O. Fischer, K. Larché und W. Hanle.)

Mit der von W. Hanle, W. Schaffernicht und K. Larché zur Bestimmung der Anregungsfunktionen von Spektrallinien angegebenen Elektronenstoßanordnung wurden im Jenaer Institut Anregungsfunktionsmessungen im sichtbaren Teil des *He*-, *Hg*-, *Na*-, *Ar*- und N_2-Spektrum ausgeführt. Anregungsfunktionen von *He*- und *Hg*-Linien sind von Hanle und Schaffernicht früher bei verhältnismäßig hohem Druck gemessen worden. Da es sich unterdessen gezeigt hat, daß die Intensitäten der Heliumlinien und Quecksilberlinien zum Teil sehr empfindlich gegen Störungen durch zu hohen Druck sind, hat Herr Thieme zunächst die Messungen bei sehr niedrigem Druck (bei Helium bei $^5/_{1000}$, bei Quecksilber bei $^1/_{1000}$) mit besseren spektroskopischen Hilfsmitteln wiederholt und sehr gute Anregungsfunktionsmessungen der *Hg*- und *He*-Linien zwischen 6500 und 3800 Å in einem größeren Spannungsbereich bis zu 400 Volt erzielt. Fig. 1 zeigt einige der von

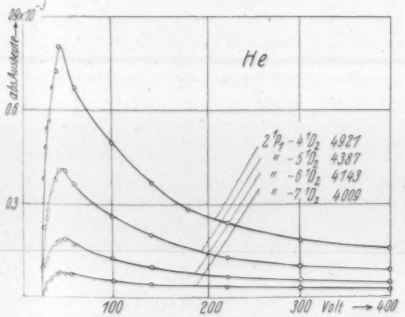


Fig. 1.

ihm gemessenen Anregungsfunktionskurven. Bemerkenswert ist besonders der steile Abfall bei hohen Geschwindigkeiten.

In einem zweiten Teil der Arbeit hat O. Thieme das Intensitätsverhältnis dieser Linien für alle Elektronengeschwindigkeiten durch Anschluß an die Strahlung einer Wolframbandlampe bestimmt, so daß sich nun die Ordinaten der Anregungsfunktionen verschiedener Linien vergleichen lassen (Fig. 1). In einem dritten Teil wurden die Absolutwerte der Ordinaten festgelegt. Die absolute Ausbeute für die *Hg*-Linie 4358 bei 60 Volt wurde aus der Messung von Hanle und Schaffernicht entnommen. Die anderen Linien wurden auf diese Linie bezogen, so daß also zunächst die absolute Ausbeute aller sichtbaren *Hg*-Linien bei jeder beliebigen Voltgeschwindigkeit bekannt ist. Daraufhin wurde das Intensitätsverhältnis im *Hg*- und *He*-Spektrum in einem *He*-*Hg*-Gemisch bekannter Zusammensetzung gemessen und aus

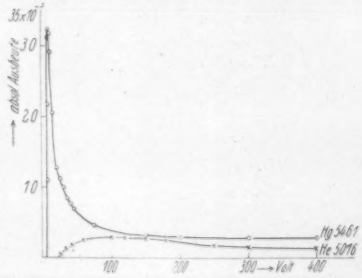


Fig. 2.

der absoluten Ausbeute der *Hg*-Linien diejenige der *He*-Linien bestimmt, worüber an anderer Stelle ausführlich berichtet wird.

Diese Ergebnisse gestatten beispielsweise folgende praktische Verwendung: Im Sichtbaren sind die stärksten *Hg*- und *He*-Linien die grünen Linien 5461 von *Hg* und 5016 von *He*. Im Anregungsfunktionsmaximum verhalten sich ihre Ausbeuten wie 11 : 1, wie aus Fig. 2 zu entnehmen ist. Bei kleineren Spannungen ist das Intensitätsverhältnis noch mehr zugunsten des *Hg* verschoben.

Entsprechende Ausbeutemessungen hat G. Haft bei *Na* ausgeführt. Hier interessieren besonders die *D*-Linien. Fig. 3 zeigt die Summe

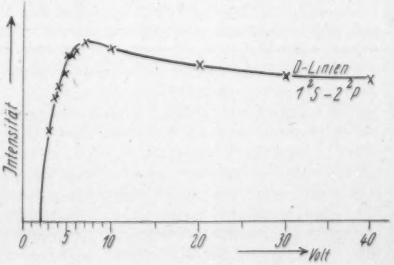


Fig. 3.

der Anregungsfunktionen der beiden *D*-Linien. Wie man sieht ist eine Elektronengeschwindigkeit von 7 Volt für die Anregung der *D*-Linien am

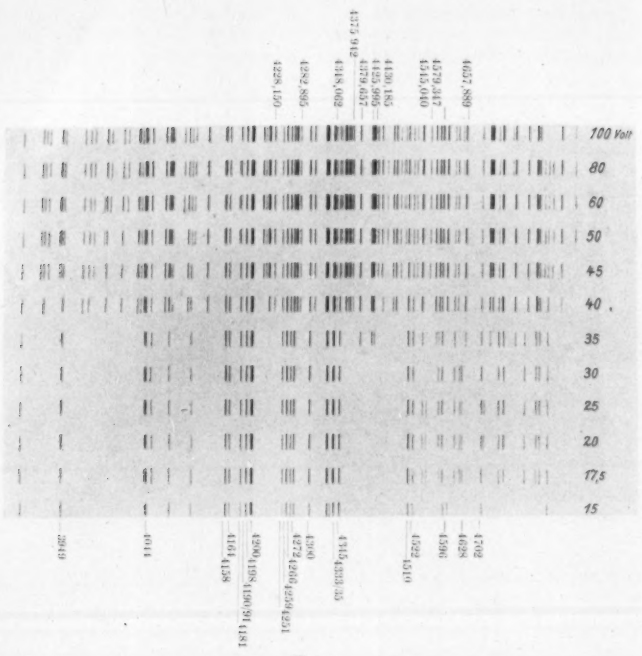


Fig. 4.

günstigsten. Besondere Untersuchungen haben gezeigt, daß das Intensitätsverhältnis der D-Linien jedenfalls nicht stark von der Elektronengeschwindigkeit abhängt.

Die von O. Fischer im Argon begonnenen Messungen geben die Anregungsfunktion einer sehr großen Zahl von Linien, da ja das Argon ein sehr linienreiches Spektrum besitzt. Zur Veranschaulichung mag das Spektrogramm in Fig. 4 dienen, aus welchem man den Gang der Intensität der einzelnen Linien mit der Voltgeschwindigkeit der stoßenden Elektronen und die Lage des Maximums der Anregungsfunktion sehr gut entnehmen kann.

O. Thieme hat mit unserer Methode zum erstenmal Messungen von Anregungsfunktionen von Molekülspektren, und zwar von N_2 ausgeführt. Im Sichtbaren liegen einige Banden der zweiten positiven Gruppe, welche dem neutralen Molekül angehört, und der ersten negativen Gruppe, welche dem Molekülion zugeschrieben wird. Fig. 5 zeigt je ein Beispiel einer Anregungsfunktion für jede der beiden Gruppen. Die Ordinaten sind hier nicht vergleichbar. Die Anregungsfunktion der Molekülbanden zeigt ein Maximum zirka 2 Volt oberhalb der Anregungsspannung und fällt dann

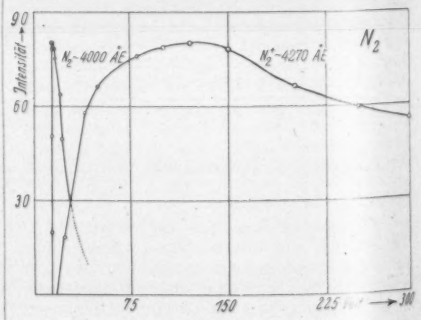


Fig. 5.

steil ab. Dies steht damit in guter Übereinstimmung, daß diese Bande von einem Triplettterm ausgeht und für Atomlinien stets gefunden

wurde, daß Anregungsfunktionen von Linien, die einem Übergang von einem Tripletterm entsprechen, ein steiles Maximum der Anregungsfunktion besitzen. Im Gegensatz hierzu hat die andere Bande, welche einer Funkenlinie entspricht, ein flaches Maximum bei hohen Spannungen.

Interessant ist eine Beobachtung von K. Larché, daß gewisse Stickstoffbanden ein Intensitätsmaximum erst bei 2000 Volt besitzen. Es ist dies das erstemal, daß ein Anregungsfunktionsmaximum bei einer so hohen Geschwindigkeit beobachtet wurde. Solche Banden kommen natürlich bei normalen Entladungsbedingungen, bei denen so hohe Voltgeschwindigkeiten überhaupt nicht vorkommen, gar nicht zum Vorschein.

Um auch Lichtausbeuten bei Atom- und Ionenstoß untersuchen zu können wurde folgende Anordnung ausgearbeitet (Fig. 6). Die von einer Glühkathode K ausgehenden Elektronen wurden auf zirka 100 Volt beschleunigt und bildeten in dem Stoßraum I eine große Zahl von Ionen. Diese wurden durch ein Querfeld aus dem Elektronenstrahl herausgezogen und durch eine variable Spannung zwischen den Netzen N_2 und N_3 beschleunigt und vom Auffänger N_4 gemessen. Das von ihnen im Raum II erregte Stoßleuchten wurde beobachtet. Es wurde die Änderung des Stoßleuchtens bei Erhöhung der beschleunigenden Spannung bis zu 600 Volt in H_2, He, Ne, Ar und Kr gemessen. Die Intensität war bei kleinen Spannungen (50 Volt) sehr schwach und nahm bis zu 600 Volt ständig zu. Die Anregungsfunktionen für Ionenstoß steigen also in diesem Spannungsbereich ständig an. Dies steht im Gegensatz zu Beobachtungen

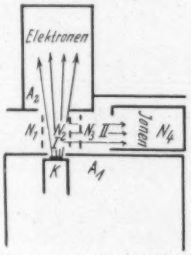


Fig. 6.

von Güntherschulze, welcher beispielsweise bei Neon einen scharfen Einsatz des Ionenstoßleuchtens bei etwa 200 Volt im Kanalstrahlrohr fand. Durch die vorliegenden Versuche ist jedoch sichergestellt, daß der Einsatz des Leuchtens bei wesentlich kleineren Geschwindigkeiten liegt und keineswegs so scharf erfolgt wie etwa bei Anregung durch Elektronenstoß. Die angegebene Versuchsanordnung dürfte sich auch für andere Untersuchungen von Ionen- und Atomstoßanregung eignen.

Jena, Physikalisches Institut der Universität.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Experimentelle Untersuchungen über die Abhängigkeit der Zugspannungen von der Verformungsgeschwindigkeit[1]).

Von H. Deutler.

Einleitung.

1. Allgemeines.

Bei Festigkeitsversuchen werden in der Regel die zeitlichen Einflüsse vernachlässigt. Daß die Geschwindigkeit, mit der eine gewisse Verformung vorgenommen wird, die mechanischen Kennziffern vieler Materialien merklich beeinflußt, ist erstmals von J. Bauschinger[2]) beobachtet und nach ihm von H. Fischer, C. Bach, A. Martens u. a. bestätigt worden. Ein wichtiges Ergebnis ihrer Versuche war die Erkenntnis, daß der Formänderungswiderstand der Metalle mit steigender Versuchsgeschwindigkeit zunimmt. Fortan bildeten die Grundlage für die Berechnung stoßweise beanspruchter Materialien Zerreißversuche bei sehr hohen Geschwindigkeiten (Schlag mit Hilfe von Fall- oder Pendelhämmern). Ähnliche Versuche (Schuß) wurden zwar vereinzelt schon um die Mitte des vorigen Jahrhunderts durchgeführt, allein ihr Zweck war nicht die Erforschung des Formänderungswiderstandes, sondern anderer Materialeigenschaften.

Solche Versuche mit hohen Geschwindigkeiten werden allgemein „dynamische" Versuche genannt. Mit dieser Bezeichnung soll der Unterschied gegenüber den „statischen" Versuchen, das sind Versuche mit kleiner Formänderungsgeschwindigkeit, zum Ausdruck gebracht werden. Sobald aber dieser nur ganz rohe Vergleich wegfällt, ist diese Bezeichnung nicht ganz eindeutig; denn der Unterschied zwischen statischer und dynamischer Bean-

1) Göttinger Dissertation. Referent: Prof. Dr. phil. Dr. Ing. e. h. L. Prandtl.

2) Mitt. a. d. mech. techn. Lab. d. K. T. H. München H. 20, 1891.

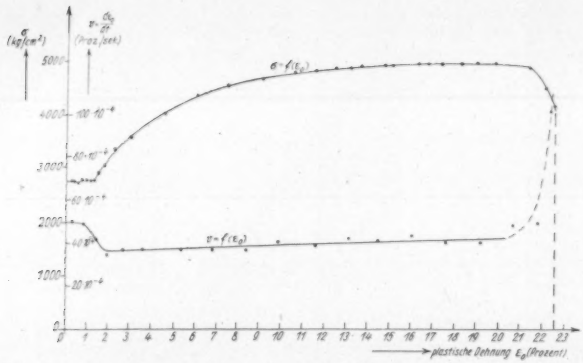


Fig. 1. Verlauf der Spannung und Dehnungsgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Dehnung für Eisen.

spruchung ist ebenso relativ wie derjenige zwischen kleiner und großer Formänderungsgeschwindigkeit. Es wäre demnach wünschenswert, statt dieser Bezeichnungen jedem Versuch die Angabe der Prüfmethode (ob Schlag u. dgl.) und der Geschwindigkeit (Belastungsgeschwindigkeit für den elastischen, Fließgeschwindigkeit für den plastischen Bereich) beizufügen. Zum Zwecke einer einheitlichen Darstellung für die Technik ist verschiedentlich eine Normung vorgeschlagen, bis jetzt aber noch nicht durchgeführt worden.

Es ist zunächst unerläßlich, die Fließgeschwindigkeit genau zu definieren. Handelt es sich um Zug- oder Druckversuche, so kann man sich bei der Definition der Fließgeschwindigkeit auf die ursprüngliche Meßlänge l_0 oder auch auf die jeweilige Länge l beziehen. Im ersten Falle erhalten wir die Fließgeschwindigkeit schlechthin:

$$v = \frac{d\varepsilon_0}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\lambda}{l_0}\right). \tag{1}$$

Der zweite Fall ergibt die Dehnung (Verkürzung) der Längeneinheit in der Zeiteinheit, welche wir als wahre oder spezifische Dehnungs-(Stauch-)Geschwindigkeit v^* bezeichnen wollen:

$$v^* = \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\lambda}{l}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{\lambda}{l_0(1+\varepsilon_0)}\right) = \frac{d\varepsilon_0}{dt}\cdot\frac{1}{(1+\varepsilon_0)^2}. \tag{2}$$

In diesen Gleichungen bedeuten:

λ die zur Zeit t beobachtete Längenänderung,

ε_0 die auf die ursprüngliche Meßlänge l_0 bezogene Dehnung (Stauchung),

ε die auf die jeweilige Länge l bezogene Dehnung (Stauchung).

Beim systematischen Studium des Geschwindigkeitseinflusses stößt man auf die Schwierigkeit, während eines Versuches die Verformungsgeschwindigkeit konstant zu halten. Bei Prüfmaschinen, die von Hand oder mit Motor angetrieben werden, ist in der Regel nur die Geschwindigkeit desjenigen Einspannkopfes, der nicht mit dem Kraftmesser in Verbindung steht, frei wählbar. Wir wollen die Geschwindigkeit dieses Einspannkopfes als Antriebsgeschwindigkeit v' bezeichnen. Die Antriebsgeschwindigkeit v' bestimmt zwangsläufig die Belastungsgeschwindigkeit $\frac{d\sigma}{dt} = c$ und die Verformungsgeschwindigkeit v (bzw. v^*). Ist $v' = \text{const.}$, so ist c nur bis zum beginnenden Fließen und v nur innerhalb des Fließgebietes, in dem keine Verfestigung und Entfestigung stattfindet, als konstant anzusehen. Für die Funktion $v = f(\varepsilon_0)$ unter der Bedingung $v' = \text{konst.}$ ist in der Fig. 1 ein Beispiel angegeben. Der Versuch hierfür wurde an einer 2 to-Zugmaschine von Amsler, die eine Pendelwaage als Kraftmesser besitzt, ausgeführt.

Der Bestimmung des Geschwindigkeitseinflusses durch das Experiment ist deshalb die einschränkende Bedingung auferlegt, die Geschwindigkeitsänderung, wie sie in der Fig. 1 gezeigt ist, unberücksichtigt zu lassen. Für Versuche, deren Geschwindigkeiten größenordnungsgemäß weit auseinanderliegen, dürfte es genügen, eine mittlere oder, falls man nur den Vergleich von Kennziffern (z. B. Fließgrenze, Zugfestigkeit) ins Auge faßt, die der betreffenden Kennziffer zukommende Geschwindigkeit anzugeben. Bei den zur Zeit erreichbaren Meßgenauigkeiten hätte das Eingehen auf solche Feinheiten auch keinen großen Sinn.

2. Zusammenfassung bisher bekannter Versuchsresultate.

Viele Forscher widmeten sich lediglich der Frage, inwieweit sich die Beanspruchungen bei „dynamischen" Versuchen von denen der „statischen" Versuche unterscheiden, ohne auf die eingangs erwähnten grundsätzlichen Bezeichnungsschwierigkeiten einzugehen. M. Considère[1]), R. Plank[2]), H. Seehase[3]), F. Körber und H. A. von Storp[4]) und E. Meyer[5]) weisen mit Übereinstimmung nach, daß die Verformungskräfte für Eisen bei großen Geschwindigkeiten diejenigen bei kleinen Geschwindigkeiten übersteigen. Leider ist ein zahlenmäßiger Vergleich ihrer Ergebnisse nicht möglich, da die einzelnen Forscher weder einheitliche Versuchsapparate noch gleiches Material und gleiche Stabformen benutzt haben. Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Überhöhung der Spannungswerte 10 bis 40 Proz. beträgt. Nach A. Pérot und H. M. Lévy[6]) und P. Welikhow[7]) stimmen die Spannungshöchstwerte beim Schlagversuch mit denen der statischen Prüfung nahe überein. In den Auswertungen der letztgenannten Verfasser sind Meßergebnisse mit Rechnungen auf Grund hypothetischer Annahmen verquickt, weshalb die Richtigkeit ihrer Resultate anzuzweifeln ist.

Untersuchungen von F. Körber[8]), E. H. Schulz und H. Buchholtz[9]) ergaben, daß die Streckgrenze von Eisen mit größer werdender Reckgeschwindigkeit zunimmt.

P. Ludwik[10]) studiert den Geschwindigkeitseinfluß auf die Beanspruchung von Zinn bei Zugversuchen durch Variation der Reckgeschwindigkeit innerhalb weiter Grenzen (spez. Dehnungsgeschwindigkeit $5 \cdot 10^{-9}$ bis $48\,500\,000 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{sec}^{-1}$) und findet für den nach einer Dehnung von 15 Proz. auftretenden Formänderungswiderstand (d. i. gerade die Zugfestigkeit σ_B) einen Zusammenhang mit der Geschwindigkeit v^* von folgender Art:

$$v^* = k\,(a^{\sigma-\sigma_0} - 1)$$

oder nach σ aufgelöst:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{1}{\log a}\{\log(k + v^*) - \log k\} \qquad (3)$$

(vgl. hierzu die Fig. 2!).

Darin bedeuten σ_0, k und a Materialkonstanten. σ_0 ist jene Spannung, die das Material auch bei unendlich langer Einwirkung ($v^* = 0$) gerade noch erträgt. Die Konstanten k und a bestimmen den Charakter der Kurve.

Da der Fall der unendlich langsamen Verformung nicht realisiert werden kann, ist die Bestimmung der Konstanten σ_0 nur auf dem Wege der Extrapolation aus einer vorhandenen Versuchsreihe möglich. Hierbei können ganz erhebliche Fehler entstehen. Es kann durchaus nicht mit Sicherheit gesagt werden, daß die Spannung σ gegen einen Grenzwert $\sigma_0 > 0$

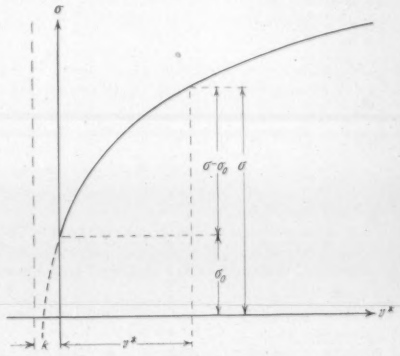


Fig. 2.

konvergiert, wenn die Geschwindigkeit v^* nach Null hin abnimmt. Man kann sich hiervon durch folgende Darstellung anschaulich überzeugen: Als Abszissen seien die Verhältnisse $\frac{1}{v^*}$ aufgetragen, als Ordinaten die Spannungen σ, Fig. 3. Während für $v^* \to 0$ das Verhältnis $\frac{1}{v^*}$ über alle Grenzen wächst, nimmt die Spannung σ immer kleinere Werte an. Man vermag nun für die Kurve $\sigma = f\left(\frac{1}{v^*}\right)$ nicht anzugeben, ob sie asymptotisch gegen eine Gerade $\sigma = \sigma_0 > 0$ oder gegen die Abszissenachse strebt. Demnach ist

1) Association des Ingénieurs des Ponts et Chaussées du sudouest de la France (18. Jan. 1888).
2) R. Plank, Z. V. D. I. Bd. **56** (1912, I), 17/24, 46/51, Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens H. 133, 21/45, 1913.
3) H. Seehase, Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens H. 182, 1915.
4) F. Körber und H. A. v. Storp, Mitt. K. W. I. f. Eisenforschung **7**, 81, 1925.
5) E. Meyer, Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens H. 295, 62, 1927.
6) C. R. **137**, 1044, 1903 und C. R. **138**, 474, 1904.
7) Int. Verb. Mat. Prüf. Techn. V. Kongreß Kopenhagen 1909, III, 8.
8) F. Körber, Zwangl. Mitt. Verb. Mat. Prüf. Techn. 91, 1926.
9) E. H. Schulz und Buchholtz, Mitt. Vers. Anstalten der Verein. Stahlwerke A.-G. **2**, 1, 1926.
10) P. Ludwik, Physik. Zeitschr. **10**, 411, 1909, Elemente der Technol. Mechanik. Berlin 1909.

ebensowohl die Annahme berechtigt, daß für $v^* \to 0$ auch $\sigma \to 0$ geht. (Nebenbei sei bemerkt, daß für $\frac{1}{v^*} \to 0$, d. h. für $v^* \to \infty$ die σ-Kurve sich asymptotisch an die Ordinatenachse anschmiegt.)

Es ist deshalb zweifelhaft, ob die Ludwiksche Formel in diesem Punkte der Wirklichkeit

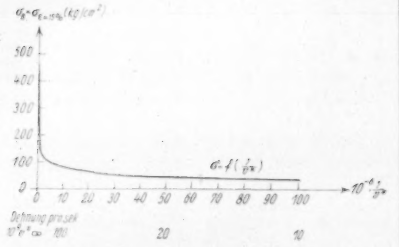


Fig. 3.

vollkommen gerecht wird. Beschränkt man sich auf die durch Messung erreichbaren Werte, so ist zu setzen:

$$\sigma = \sigma_1 + \frac{1}{\log a}\{\log (k + v^*) - \log k\}. \quad (3a)$$

Diese Gleichung gilt nur für $v^* + k \geqq k$ und $\sigma \geqq \sigma_1$. k und σ_1 bedeuten keine Materialkonstanten mehr. k ist die kleinste gemessene Dehnungsgeschwindigkeit, σ_1 die ihr zukommende Spannung, $k + v^*$ bestimmt die absolute Größe der Geschwindigkeit.

P. Ludwik deutet aus diesen Versuchen die Erscheinungen des „Nachfließens" und die Erhöhung der Brüchigkeit des Materials gegenüber Schlagwirkung.

H. Cassebaum[1]) geht gerade den umgekehrten Weg, indem er während eines Zugversuches mit Eisen mehrmaliges Nachfließen eintreten läßt. Durch Verbindung der Punkte, die beim Nachfließen mit gleicher Geschwindigkeit passiert werden, bekommt er eine Schar von $\sigma\,\varepsilon_0$ — Diagrammen, aus denen eine Annahme über die Abhängigkeit des Formänderungswiderstandes von der Geschwindigkeit gefolgert werden kann. H. Cassebaum findet ebenfalls einen logarithmischen Zusammenhang nach Art der Gleichung (3a).

O. Brezina[2]) sucht in Fortführung der Versuche von Cassebaum die zeitlichen Gesetze der plastischen Formänderung für Zink ausfindig zu machen. Er erzielt damit ähnliche Resultate wie Cassebaum.

Schließlich sei noch auf die Arbeiten von E. Siebel und A. Pomp[1]) hingewiesen, die sich mit dem Einfluß der Geschwindigkeit auf Druckwiderstand bei verschiedenen Metallen (weicher Stahl, Kupfer, Blei) beschäftigen. Sie bestätigen die für Zug bekannten Tatsachen auch für Druck und suchen die Abhängigkeit des Formänderungswiderstandes k vom zeitlichen Verlauf des Versuches durch einen einfachen Rechnungsansatz darzustellen:

$$k_{dyn} = k_{stat} + c\,(v^*)^n \quad (4)$$

k_{stat} entspricht den Werten, die bei langsamer Versuchsdurchführung ($v^* \approx 0{,}025$ Proz. pro Sek.) und oft wiederholter Unterbrechung des Maschinenantriebs (Dauer der Unterbrechung jeweils 5 bis 10 Minuten; Ablesung an den Meßinstrumenten am Schluß der Belastungspause) erhalten werden. c und n sind Materialkonstanten, die vom Stande der jeweiligen Verformung abhängen.

3. Theoretische Erklärung durch L. Prandtl.

Die Frage nach der Erklärung der Zeitwirkungen bei der Deformation ist von L. Prandtl vom molekularstatistischen Standpunkt aus behandelt worden. In seiner Arbeit „Ein Gedankenmodell zur kinetischen Theorie der festen Körper"[2]) führt er eine Reihe von Überlegungen durch, die sich mit den bei Festigkeitsversuchen beobachteten nicht umkehrbaren Vorgängen (elastische Hysteresis und Zeitwirkungen) befassen. Es seien hier Prandtls grundlegende Gedankengänge nur kurz skizziert und die aus diesen abgeleiteten Gleichungen für die Bedingung gegebener Fließgeschwindigkeit angegeben.

Prandtl nimmt an, daß für Kristallhaufwerke die Verwachsungsstellen der einzelnen Kristallite, daneben auch Störungen des regelmäßigen Gitteraufbaues im Innern für die Hysteresis und Zeitwirkungen verantwortlich zu machen sind. Zwischen den regulär gewachsenen Gitterbereichen liegen Molekeln, die an dem einen oder dem anderen der an der Störungsfläche zusammenstoßenden Gitter „elastisch befestigt" sind. Das (periodische) Kraftfeld des gegenüberliegenden Gitters zieht nun an den lose gebundenen Teilchen vorbei, wenn bei weiterer plastischer Verformung die ungestörten Gitterbereiche sich verschieben, und

1) H. Cassebaum, Diss. Göttingen 1911. Ann. d. Phys. IV, **34**, 106, 1911.
2) O. Brezina, Diss. Göttingen 1922. Auszug in Physik. Zeitschr. **24**, 338, 1923.

1) E. Siebel und A. Pomp, Mitt. K. W. I. für Eisenforschung **10**, 63/69, 1928.
2) Zeitschr. f. angew. Math. u. Mech. **8**, 85/106, 1928.

sucht diese in andere Gleichgewichtslagen zu bringen. Prandtl nimmt das Verhältnis zwischen elastischer Bindungskraft und Gitterfeldkraft derart an, daß für ein Zwischenmolekül zumindest zwei stabile Gleichgewichtslagen möglich sind.

Fig. 4 läßt die verschiedenen Möglichkeiten für die Lage eines Massenteilchens erkennen. Die Ruhelage des Teilchens sei C. Unter der Einwirkung der elastischen Bindungskraft P_A (der Einfachheit halber als linear von der Entfernung von der Ruhelage C abhängend angesetzt) und der Feldkraft P_B sucht der Massenpunkt die Gleichgewichtslage in dem Punkt D

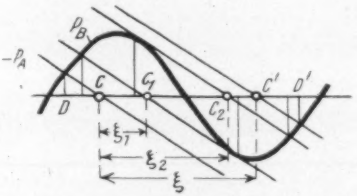


Fig. 4.

auf. Bei einer geeigneten Verschiebung ξ kann sich eine neue stabile Gleichgewichtslage D' einstellen, nämlich im Falle $\xi > \xi_2$ (im Intervall $\xi_1 \leqq \xi \leqq \xi_2$ ist neben zwei stabilen Gleichgewichtslagen auch eine labile möglich; $\xi = \xi_1$ und $\xi = \xi_2$ sind Grenzlagen, wo eine stabile und eine labile Gleichgewichtslage zusammenfallen). Wird ξ wieder verringert, so wiederholt sich der Vorgang analog in entgegengesetzter Richtung.

Die Ruhelagen C der Massenteilchen seien gleichförmig über die ganze Wellenlänge verteilt. Infolge der Wärmebewegung können Teilchen, deren Ruhepunkte in der Nähe einer „Umschnapplage" liegen, in die entgegengesetzte stabile Lage übergehen. Die hierzu nötige Energie U ist durch die Differenz der Kräfte P_B und P_A und der bis zur Grenzlage zurückzulegenden Strecke gegeben. Die kinetische Theorie der Materie gibt Aufschluß über die Wahrscheinlichkeit des Auftretens einer den Betrag U überschreitenden Energie. Im mehrdeutigen Intervall $\xi_1 \leqq \xi \leqq \xi_2$ sei die Verteilungsdichte der in der oberen Lage befindlichen Massenteilchen gleich μ, für die in der unteren Lage befindlichen Teilchen ergibt sich dann die Dichte $1 - \mu$, wenn die Gesamtdichte mit 1 bezeichnet werden soll.

Mit Hilfe dieser Betrachtungen gelangt Prandtl für die zeitliche Änderung der Verteilungsdichte in der oberen Lage zur Aufstellung einer Differentialgleichung, aus der bei gegebenem zeitlichen Verlauf der Formänderung der Widerstand in einem kristallinen Haufwerk bei den einfachsten Verformungsarten berechnet werden kann. Hier mögen gleich die Ergebnisse für den Fall des dauernden Fließens unter konstanter Fließgeschwindigkeit $v = \frac{d\xi}{dt}$ (und konstanter Temperatur) angegeben werden. Dabei sind mehrere Sonderfälle zu unterscheiden:

1. Bei sehr kleinen Geschwindigkeiten ergibt sich eine lineare Abhängigkeit der Kraft von der Verformungsgeschwindigkeit, also ein Widerstand von der Art der Flüssigkeitsreibung.

2. Für mäßig große Geschwindigkeiten lautet der explizite Ausdruck für die bei der Geschwindigkeit v auftretende Kraft P:

$$P = \frac{C}{B}(\ln B\tau_1 + \ln v - 0{,}5772). \qquad (5)$$

Darin bedeutet B eine konstante Größe, die im Ansatz für die Übergangsenergie U enthalten ist, die Konstante C ist durch die Feldkraft P_B bestimmt. τ_1 ist eine Angabe über die Zeit; $\frac{\tau_1}{2}$ spielt die Rolle der Maxwellschen Relaxationszeit. Die Zahl 0,5772 ist die Eulersche Konstante.

Vergleicht man die zwei verschiedenen Geschwindigkeiten v_1 und v_v entsprechenden Kräfte P_1 und P_v, so erhält man als Differenz dieser Kräfte:

$$P_v - P_1 = \text{const} \cdot \log \frac{v_v}{v_1}$$

oder in Spannungen umgeschrieben:

$$\sigma_v - \sigma_1 = \text{const} \cdot \log \frac{v_v}{v_1}. \qquad (5a)$$

Nach der Gleichung (5a) müßte bei festgehaltenem v_1 für $v_v \to \infty$ die Spannung σ_v unendlich große Werte annehmen, während für $v_v \to 0$ die Spannung negativ unendlich würde, was sicher für den letzten Fall physikalisch sinnlos ist. Die Ableitung der Gleichung (5) geschieht aber auf Grund einer Voraussetzung, die nur für einen gewissen Geschwindigkeitsbereich zulässig ist.

3. Das Verhalten bei sehr großen Geschwindigkeiten ist dadurch charakterisiert, daß mit $v \to \infty$ die Kraft asymptotisch einem Grenzwert $P_{\max.}$ zustrebt.

Die Prandtlsche Darstellung enthält keine quantitativen Angaben über die Geschwindigkeitsgrenzen, innerhalb derer die einzelnen Gesetzmäßigkeiten jeweils gültig sein sollen. Dies festzustellen bleibt dem Experiment überlassen. Für verschiedene Materialien werden auch die Grenzen verschieden sein, wobei zu bemerken ist, daß sich natürlich scharf definierte Grenzen gar nicht angeben lassen, da der Übergang

vom einen zum anderen Zustand sich ganz allmählich vollziehen wird.

Die bislang gewonnenen Versuchsresultate lassen sich teilweise in die von Prandtl errechneten Gesetzmäßigkeiten einreihen. Insbesondere sei auf die völlige Identität der Gleichung (5a) mit der Ludwikschen Formel (3a) hingewiesen, wenn man in (3a) die Größe k durch v_1 ersetzt. Auch Cassebaums Versuche mit Eisen bestätigen die Abhängigkeit der Kraft von der Geschwindigkeit nach Art der Gleichung (5a).

4. Ziel der vorliegenden Arbeit.

Ludwiks und Cassebaums Versuche umfassen noch nicht hohe Geschwindigkeiten, wie sie etwa bei Schlag auftreten. Es liegt der Gedanke nahe, ähnliche Untersuchungen auf einen Bereich auszudehnen, der auch derartig rasche Verformungen mit einschließt. Auf Anregung von Herrn Professor Prandtl stellte sich der Verfasser die Aufgabe, den Zugwiderstand einiger Materialien hinsichtlich seiner Abhängigkeit von der Dehnungsgeschwindigkeit für einen derartigen Bereich festzustellen. Dabei sollte im Gegensatz zu Cassebaum eine Methode angewandt werden, welche die Messung der Formänderungsgeschwindigkeit auf direktem Wege gestattet, also den bei den üblichen Festigkeitsprüfungen vorliegenden Versuchscharakter möglichst unverändert läßt. Für Schlagversuche kommt ohnehin kaum ein anderer Weg in Betracht. Die auf diese Weise gewonnenen empirischen Beziehungen sollten zeigen, ob sie sich mit den Prandtlschen Gesetzen in Einklang bringen lassen.

Sämtliche Experimente wurden im Institut für angewandte Mechanik der Universität Göttingen ausgeführt. Die zur Verfügung stehenden Maschinen wurden für die vorliegenden Versuchszwecke durch Apparate ergänzt, die nach Vorschlägen von Herrn Professor Prandtl konstruiert und vom Werkstattpersonal des Instituts hergestellt wurden.

I. Versuchseinrichtung.

Für die Versuche wurden von den im Institut vorhandenen Maschinen ausgewählt eine 2000 kg-Festigkeitsmaschine von Amsler-Laffon für einen Geschwindigkeitsbereich von etwa 0,001 Proz./sec bis 15 Proz./sec, und ein Pendelschlagwerk von Losenhausen[1]) für Geschwindigkeiten in der Größenordnung von 100 bis 1000 Proz./sec. Bei der Amslermaschine kann die Fließgeschwindigkeit durch Drehzahlregulierung des Antriebsmotors und durch Scheibenvorgelege innerhalb ziemlich weiter Grenzen (0,001 bis 0,500 Proz./sec) verändert werden. Außerdem ist es möglich, das bei gewöhnlichen Versuchen zur Kraftmessung verwendete Pendel für Schlagversuche auszunutzen. Wie dies im einzelnen geschieht, ist auf S. 253 f. dargestellt. Beim Schlagwerk läßt sich durch Veränderung der Fallhöhe des Pendels eine gewisse Variation der Geschwindigkeiten erzielen. Die höchste erreichbare Geschwindigkeitsstufe beträgt nach Vorstehendem ungefähr 0,001 : 1000 = 1 : 1000000.

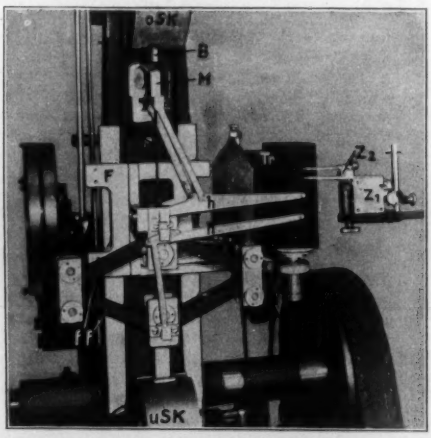


Fig. 5. Zusatzapparatur zur Amslermaschine (etwa $^1/_7$ natürlicher Größe).

Zur Messung von Kraft, Formänderung und Zeit wurden Zusatzapparate eingebaut, welche diese Größen gleichzeitig in Form von Verlängerungs-Zeit- und Kraft-Zeit-Diagrammen aufzeichnen. Ihre konstruktive Ausführung und Wirkungsweise sei im folgenden etwas näher beschrieben.

1. Zusatzapparatur zur Amslermaschine.

(Vgl. hierzu die Fig. 5)

Zwischen den Spannköpfen *oSK* und *uSK* der Maschine gleitet am Gestell das Führungsstück *F*. In dieses wird das untere Ende des Probestabes *Pr* eingeschraubt, dessen oberes Ende steht mittelbar durch die Mutter *M* und den Bolzen *B* mit dem oberen Einspannkopf *oSK* in Verbindung. Zwischen Führungsstück *F* und unterem Einspannkopf *uSK* ist eine zweiteilige, aus gut gehärtetem Federstahl hergestellte Feder *ff* geschaltet, deren elastische Durchbiegung ein Maß für die ausgeübte Belastung darstellt. Der am Führungsstück befindliche Ausleger *A* trägt die drehbar gelagerte Schreibtrommel *Tr*. Sowohl die Durchbiegung der Feder als auch die Formänderung des Probestabes werden durch Hebel *hh* in einen größeren Maßstab übersetzt. Die Hebelarme sind an ihren Enden mit Stahlspitzen versehen, die den Bewegungsvorgang auf der berußten Trommel *Tr* aufzeichnen. Da die Hebel *hh* je einen Bezugspunkt auf dem Führungs-

1) Leihgabe der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft.

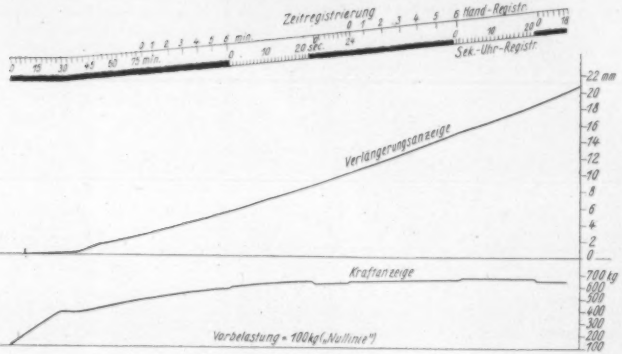


Fig. 6. Wiedergabe eines an der Amslermaschine aufgenommenen Diagramms ($^1/_2$ natürlicher Größe).

stück besitzen und die Achse der Schreibtrommel relativ zu diesem in Ruhe ist, gelangen nur die für die Messung interessierenden Bewegungen zur Aufschreibung. Die Schreibtrommel kann entweder durch die Triebwelle der Maschine oder von außen mit Hilfe eines Elektromotors angetrieben werden. Eine Reihe von Übersetzungen gestattet die Wahl der Umdrehungsgeschwindigkeit. Die Zeitmessung geschieht mittels einer auf einem Ständer aufgestellten Uhr Z_1[1]), deren Zeiger in regelmäßigen Intervallen (1/1 bzw. 1/5 sec) ausschlägt und diese Ausschläge auf der Trommel aufzeichnet. Größere Zeiteinheiten, etwa ganzzahlige Vielfache von Minuten, können mit einem zweiten Zeigergerät Z_2 registriert werden, das von Hand betätigt wird. Der letzte Fall wird notwendig bei langsamer Versuchsdurchführung, für welche die Tourenzahl der Schreibtrommel niedrig gehalten werden muß, um ein Überkreuzen der Diagramme zu verhüten.

Die zur Kraftmessung verwendeten Federn sind für 1000 kg berechnet. Bei vorliegenden Versuchen wurden sie bis höchstens 800 kg beansprucht. Die Meßgenauigkeit ist für niedere Laststufen (bis etwa 60 kg) infolge des toten Ganges der Maschine und des schlechten Anliegens der beweglichen Teile der Zusatzapparatur (Bolzen, Gewinde usw.) an ihre Einspannflächen gering. Um diese Fehlerquellen auszuschalten, wurde bei jedem Versuch eine Vorbelastung von etwa 100 kg aufgebracht, was ja auch bei sonstigen Festigkeitsversuchen üblich ist.

Zur Aufzeichnung der Diagramme wird die Schreibtrommel mit einem berußten Cellonstreifen[2]) (Dicke etwa 0,25 bis 0,4 mm) bespannt. Fig. 6 zeigt eine nach einem Original angefertigte Pause eines Diagramms.

Eichungen.

Zur Eichung des Kraftmessers wurde ein Stahlstab verwandt, bei dem die vorkommenden Lasten nur elastische Streckungen verursachen. Die Belastungen und ebenso die Entlastungen, die an dem gewöhnlichen Kraftmesser der Maschine abgelesen wurden, erfolgten stufenweise. Jede Stufe wurde auf der Schreibtrommel durch eine Linie markiert. Die Linienabstände konnten mit einem Zeissschen Komparator auf $\pm$ 0,02 mm genau ausgemessen werden. Durch Bildung der Mittelwerte aus mehreren Beobachtungsreihen ergab sich, daß oberhalb 60 kg gleichen Kraftstufen gleiche Parallelenabstände entsprechen. Für je 100 kg Laststeigerung beträgt der Ausschlag durchschnittlich 4,60 Millimeter, d. h. 1 Millimeter des Diagramms sind 21,74 kg. Die Einzelbeobachtungen weichen um nur höchstens 1,5 Proz. von den Mittelwerten ab.

Die Eichung der Verlängerungsmessung geschah in analoger Weise: Mehrmals wiederholte Dehnungsstufen einer Schraubenfeder, die die Stelle des Probestabes vertrat, wurden auf der Trommel aufgezeichnet. Die direkte Messung der Verlängerung erfolgte durch einen Maßstab mit Millimetereinteilung und Noniusablesung. Auch hier ergab sich, wenn auch diesmal nur mit großer Annäherung, daß gleichen Verlängerungsschritten äquidistante Entfernungen der geschriebenen Marken entsprechen. Im Mittel verursacht 1 Millimeter wirkliche Verlängerung eine Markendistanz von 3,2 Millimeter, d. h. 1 Millimeter des Diagramms sind 0,31 Millimeter der Wirklichkeit.

Schlagversuch mit Hilfe des Pendels.

Durch den Einbau der Kraftfeder *ff*, Fig. 5, ist man von der durch die Maschine gewährleisteten Kraftmessung unabhängig. Es ist deshalb möglich, das Kraftpendel auch zur Ausübung von Schlägen zu verwenden. Nachdem eine gewisse Vorbelastung (etwa 100 kg) als „Nullinie" auf der Schreibtrommel vermerkt worden ist, wird unter gleichzeitiger Senkung des unteren Einspannkopfes das Pendel ausgelenkt und in einer gewissen Stellung festgehalten. Löst man die Haltevorrichtung, so überträgt sich die Fallenergie des Pendels durch den Maschinenmechanismus als Formänderungsarbeit auf den Probestab. Bei umlaufender Schreibtrommel ist dann der ganze Versuchsverlauf registriert und kann wie die übrigen Versuche ausgewertet werden.

1) Nach Jaquet. Hersteller: E. Zimmermann, Leipzig.

2) Hersteller: Sprengstoff A.-G., Troisdorf.

2. Zusatzapparatur zum Pendelschlagwerk[1]). (Vgl. Fig. 7 bis 8)

Das Pendelschlagwerk von Losenhausen ist in erster Linie für Kerbschlagversuche konstruiert. Da die vorhandene Einrichtung für Schlagzugversuche, bei der der Probestab am Pendel befestigt war, die Anbringung einer Registriereinrichtung nicht zuließ und im übrigen die allzu kurze Versuchsdauer erhebliche Schwierigkeiten gemacht hätte, wurde die Schlaggeschwindigkeit durch einen Hebel etwas ins Langsame übersetzt. Die neu eingebauten Meßeinrichtungen gibt die schematische Skizze, Fig. 7, zu erkennen.

Die starken Bolzen B_1 und B_2 dienen zur Einspannung des Probestabes. Das freie Ende von B_2 wird durch die Traverse Tr geführt. Der Schlag des Pendels wird über den Hebel auf die Traverse Tr und weiterhin durch den Bolzen B_2 auf den Probestab übertragen. Zur Führung des Bolzens B_2 ist ein Rollenlager RL vorgesehen.

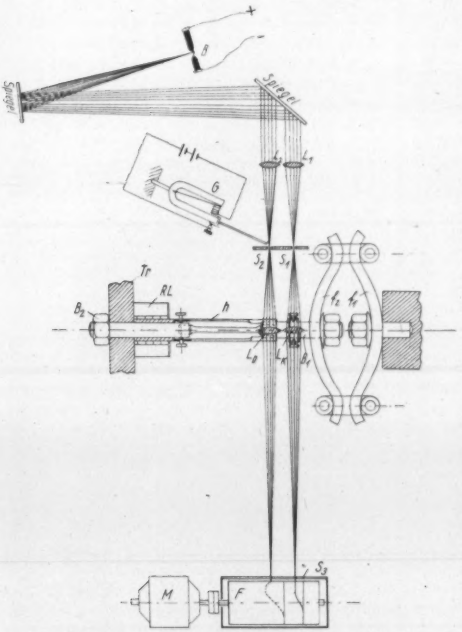


Fig. 7. Schema der Meßapparatur zum Schlagwerk von Losenhausen.

Die Meßanordnung ist wie bei der vorhin beschriebenen Apparatur im Prinzip so getroffen worden, daß Kraftverlauf und Dehnungsverlauf in Abhängigkeit von der Zeit bestimmt werden können. Wegen der geringen Versuchsdauer (Größenordnung $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{20}$ sec) ist eine selbsttätige Registrierung notwendig. Die doppelteilige Feder $f_1 f_2$ (berechnet für 800 kg Last) bildet den Kraftmesser. Ihre elastische Durchbiegung beträgt bei Höchstlast etwa 2 Millimeter, die Längenänderung des Probestabes durch einen Schlag etwa 1 bis 3 Millimeter. Die Federwege mußten so klein gewählt werden, um die Eigenschwingungszahlen der Feder im Hinblick auf die kurzen Registrierzeiten hoch genug zu erhalten. Die wichtige Forderung einer stark vergrößerten Diagrammaufzeichnung ist danach sofort zu erkennen. Bei den großen Beschleunigungen und Verzögerungen, die während des Schlages auftreten, würde eine mechanische Registrierung kaum einwandfrei arbeiten; infolgedessen wurde ein optisches System verwendet.

Auf dem Bolzen B_1 ist die Linse L_K, auf der mit dem Bolzen B_2 verbundenen Hülse h die Linse L_D befestigt. Es ist leicht ersichtlich, daß der Weg von L_K ein Maß für die Kraft, die Differenz der Wege von L_D und L_K ein Maß für die Verlängerung des Probestabes darstellt. Vermittels dieser beiden Linsen bilden sich die von der Bogenlampe B und den Linsen L_1 und L_2 beleuchteten Schlitzblenden S_1 und S_2 auf der mit einem Film bespannten Trommel F ab. Die Filmtrommel F ist durch ein Blechgehäuse allseitig gegen Lichteinwirkung geschützt. Nur ein den Linsen zugekehrter schmaler Schlitz S_3, der zu den Bildern der Schlitzblenden S_1 und S_2 senkrecht steht, kann durch eine Klappe freigelegt werden. Ist während des Schlagvorganges die Trommel F durch den Motor M in Rotation versetzt, so zeichnen die „Schreibstrahlen" die Weg-Zeit-Diagramme der Linsen L_K und L_D in vergrößertem Maßstab (1 : 8,51) auf, aus denen alle erforderlichen Meßgrößen abgelesen werden können. Der Zeitmaßstab ist bei bekannter Umdrehungszahl des Motors gegeben. Die Meßgenauigkeit wird aber durch Registrierung von Zeitmarken erhöht. Diese geschieht dadurch, daß eine der beiden Blenden (etwa S_2) im Schwingungsrythmus einer Stimmgabel G (Frequenz: 137 sec^{-1}) verdeckt und so in regelmäßigen Zeitabständen der Lichtstrahl unterbrochen wird.

Um schädliche Lichteinwirkung während des Versuches zu verhindern, wird der Raum unmittelbar vor der Trommel durch ein Gehäuse aus Pappe abgedunkelt. Die Filmtrommel ist mitsamt dem Blechgehäuse von der Motorwelle abnehmbar. Wegen der großen Geschwindigkeiten der Schreibstrahlen müssen zur Erzielung gut sichtbarer Diagramme hochempfindliche Filme verwendet werden (Tempo-Planfilme[1]) oder dgl.). Fig. 9 zeigt die Wiedergabe eines Originaldiagramms.

Eichungen.

Der Maßstab der Verlängerungsmessung ist aus den Entfernungen Spalt-Linse-Bild (115 cm:

1) Diese Apparatur, die von Herrn Dr. G. Mesmer konstruiert worden war, lag dem Verfasser fertig vor. Es wurden daran nur einige kleine Verbesserungen angebracht, die für vorliegende Versuche zweckmäßig erschienen.

1) Hersteller: C. Schleußner A.-G., Frankfurt a. M.

004 cm = 1 : 8,51) bekannt, weshalb hierfür keine Eichung ausgeführt zu werden brauchte. Zur Auswertung der Kraftaufzeichnung ist es notwendig, den Zusammenhang zwischen Federausschlag und aufgeprägter Kraft zu kennen. Um die Messungen am Schlaghammerwerk mit denen an der Amslermaschine vergleichen zu können, mußte für die Eichung größtmögliche Genauigkeit angestrebt werden. Der Federausschlag ließ sich durch ein Mikroskop auf 0,5 $\cdot 10^{-3}$ mm genau beobachten. Die vergleichende Kraftmessung erfolgte mit Hilfe eines Normalstabes, auf den ein Martensspiegelgerät aufgesetzt wurde. Der größte Ablesefehler betrug dabei auf kg umgerechnet $\pm$ 5,5 kg. Während der Eichung wurde die Belastung durch langsamen Zug an dem Hebel mittels Seil und Gewichten hervorgebracht. Aus der Eichkurve ergab sich für 1 Millimeter Federausschlag eine Kraft von 355,0 kg, dementsprechend ist 1 Millimeter des Filmdiagramms $\frac{1}{8{,}51} \cdot 355{,}0 = 41{,}7$ kg.

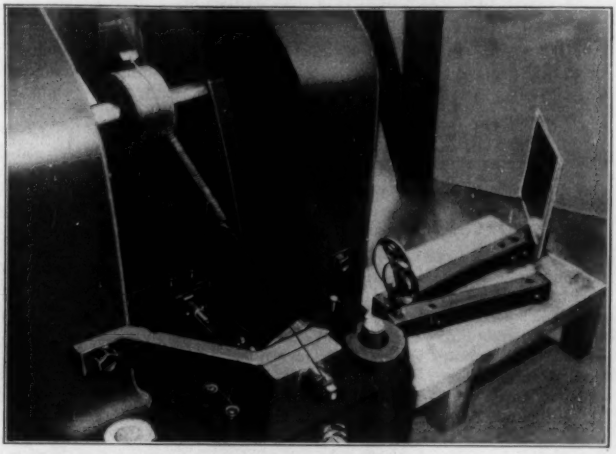


Fig. 8. Teilansicht der Zusatzapparatur zum Pendelschlagwerk.

Es erhebt sich noch die Frage, ob die aus der statischen Eichung des Kraftmessers gewonnenen Ergebnisse für die Schlagversuche, bei denen ja die Kraftänderungen sehr rasch vor sich gehen, verwendet werden dürfen. Eine Abschätzung der Massenwirkungen ergibt, daß die Kraft-Zeit-Linie eine kaum merkliche Veränderung erfährt, weshalb der statischen Eichung genügend Glauben zu schenken ist. Nach den abgenommenen Schlagdiagrammen zeigt sich, das mit einer Federbeschleunigung von höchstens 40 m/sec² zu rechnen ist, das Gewicht aller zu beschleunigenden Massen ist ungefähr 2,0 kg. Die zur Massenbeschleunigung erforderliche Kraft ist demnach höchstens $\frac{2{,}0 \cdot 40}{9{,}81} \approx 8$ kg, also ein Betrag, der noch mit der Ablesegenauigkeit vereinbar ist.

Die Einstellung einer Grundlinie, d. h. einer meßbaren Vorspannung, erwies sich bei dieser Apparatur als zwecklos, da sich die Zapfen und Lager durch eine statische Vorbelastung nicht genau genug einspielten. Dagegen kann die „Schlußlinie", d. i. die Linie, die sich nach dem Schlag einstellt, als Nullinie für die Messung benutzt werden. Infolge der plötzlichen Entlastung führt der Kraftmesser mit den Linsen Schwingungen aus, die allmählich in die Schlußlinie übergehen, Fig. 9.

II. Versuchsmaterial und Stabform.

Zur Untersuchung wurden zwei Materialsorten herangezogen:

1. Kruppsches Sonderflußeisen, geliefert in Stangen von 13 mm Φ, je etwa 1 m lang, geschmiedet, unbearbeitet, unbehandelt. Die chemische Beschaffenheit ist folgende:
C = 0,20 Proz., Si = 0,30 Proz., Mn = 0,60 Proz.

2. Handelsübliches Rundkupfer der Fa. M. Cochius G. m. b. H., Berlin, geliefert in Stangen von 13 mm Φ, je 1 m lang.

Die Probestäbe wurden auf das Standardmaß gedreht und zur Ausscheidung der Vorgeschichte normalisiert.

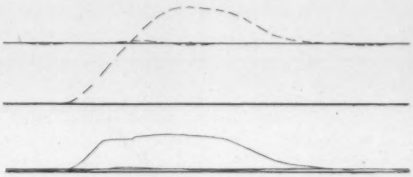


Fig. 9. Wiedergabe eines am Schlagwerk aufgenommenen Registrierdiagramms ($^1/_2$ natürlicher Größe). a) Dehnung. b) Federkraft.

Sämtliche Stäbe sind als Rundstäbe mit verstärkten Köpfen ausgeführt. Die Meßlänge betrug bei einem Teil der Eisenstäbe 100 mm, alle übrigen Stäbe wurden mit einer Meßlänge von 50 mm ausgeführt. Die Verschiedenheit der Meßlängen hatte keinen Einfluß auf die Versuchsresultate. Die kurzen Standardstäbe konnten in beiden Apparaturen eingespannt werden, während die langen Stäbe nur für Versuche an der Amslermaschine geeignet waren.

Über die Abmessungen geben die Fig. 10 und 11 Bescheid.

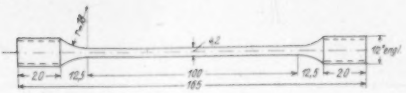


Fig. 10.

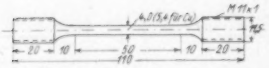


Fig. 11.

III. Versuchsdurchführung.

Am nächsten liegt der Gedanke, jeden Versuch mit einer ihn charakterisierenden konstanten Maschinengeschwindigkeit v' (bzw. Fallgeschwindigkeit bei Schlagversuchen) bis zum Bruch des Stabes durchzuführen und durch Vergleich der Spannungs-Dehnungs-Diagramme den zeitlichen Einfluß zu studieren. Diese einfache Methode scheitert daran, daß verschiedene Stäbe selbst bei ein- und derselben Geschwindigkeit kein vollkommen gleiches mechanisches Verhalten aufweisen. Der Grund hierfür ist jedenfalls in der Inhomogenität des Materials zu suchen, die infolge der geringen Querschnitte besonders stark in Erscheinung tritt. Während bei Kupfer die Unterschiede zwar nicht erheblich sind, für vorliegende Versuche aber schon störend wirken, zeigen sie sich bei Eisen sehr auffällig. Schwankungen der Fließgrenze bis zu 21 Proz. und der Zugfestigkeit bis zu 9 Proz. beweisen die völlige Untauglichkeit dieser Methode.

Brauchbare Ergebnisse erzielt man, wenn man bei ein- und demselben Stab die Verformungsgeschwindigkeit variiert, also abwechselnd Verformungsetappen mit Geschwindigkeiten $v'_1, v'_2 \ldots v'_n, v'_1, v'_2 \ldots v'_n$ usw. zurücklegt, vgl. Fig. 6. Jedem v'_ν entspricht dann eine $\sigma_\nu \varepsilon_0$-Kurve, von der einzelne Intervalle vorliegen, während die Zwischenstücke durch zeichnerische Interpolation ermittelt werden können. Es ist dabei ohne Belang, ob man beim Übergang von v'_ν zu $v'_{\nu+1}$ den Stab vollkommen entlastet oder nicht, wenn nur die Ruhepause so kurz gewählt wird, daß sich keine Kristallerholung bemerkbar machen kann. Um diese Methode durch ein Beispiel zu illustrieren, ist in Fig. 12 die Auswertung eines Versuches graphisch aufgetragen. Nach diesem Schema wurden sämtliche Versuche ausgewertet. Die Spannungsüberhöhungen als Folge des Geschwindigkeitswechsels können aus der $\sigma \varepsilon_0$-Kurvenschar abgelesen werden. Bei Schlag nimmt die Verformungsgeschwindigkeit von einem anfänglichen Höchstwert bis Null hin ab. Dieser Maximalbetrag wurde jeweils bei der Auswertung als Vergleichswert eingesetzt.

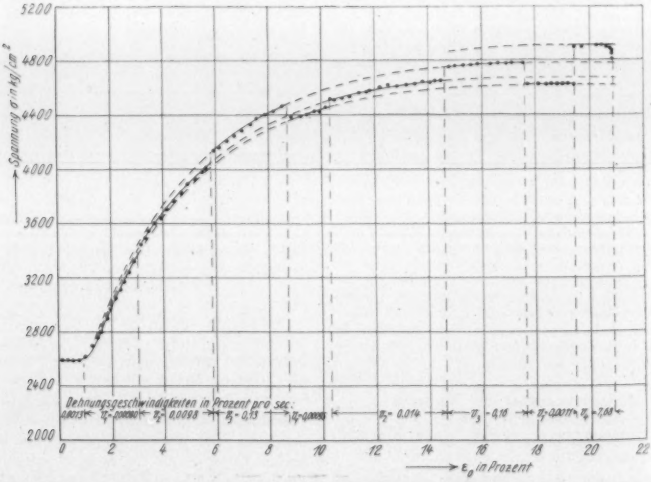


Fig. 12. Muster für die Auswertung eines Versuches.

IV. Versuchsergebnisse.

Auf die Schwierigkeit, einen Versuchsstab mit einer konstanten Dehnungsgeschwindigkeit v zu ziehen, diese also von der Verformung ε_0 unabhängig zu machen, wurde in der Einleitung, Abschnitt 1, schon hingewiesen. Die Absicht des Verfassers, aus dem Experiment eine Aussage über σ in Abhängigkeit von v unter der Bedingung stationären Fließens zu gewinnen, ließ ihn nur solche Verformungsgebiete berücksichtigen, in denen, $v_v' = \text{const.}$ vorausgesetzt, v_v annähernd als konstant zu betrachten ist. Ein solches Gebiet existiert in einer gewissen Umgebung der gewöhnlich als Zugfestigkeit σ_B bezeichneten Spannung. Bei Materialien, die eine deutlich ausgeprägte Fließgrenze σ_S[1]) besitzen (z. B. Eisen), könnte auch das Gebiet des reinen Fließens zur Auswertung herangezogen werden. In einer Versuchsreihe hat der Verfasser seine Aufmerksamkeit auch auf dieses Gebiet gelenkt. Leider waren dabei einerseits wegen der Labilitätserscheinungen während des Fließens, anderseits wegen des geringen Dehnungsintervalles (Beginn der Verfestigung nach etwa 1 bis 2 Proz. Dehnung) viele Versager zu verzeichnen. Indessen dürfte für die technische Anwendung gerade die Ermittlung der Abhängigkeit der Fließgrenze σ_S von der Fließgeschwindigkeit v eine gewisse Bedeutung besitzen. Ist man in der Lage, v als Funktion der (vorausgegangenen) Belastungsgeschwindigkeit c anzugeben, so ist bei Kenntnis von $\sigma_S = f(v)$ auch die Aufgabe gelöst, bei vorgegebenem c den zu erwartenden Betrag von σ_S zu berechnen oder wenigstens abzuschätzen[2]). Es sei hier gleich bemerkt, daß sich auf Grund der Beobachtungen zwischen v und c eine lineare Beziehung $v = kc$ aufstellen läßt, wobei für das genannte Krupp-Eisen der Wert von k sich auf 0,0007 bis 0,0008 beläuft, wenn c in kg cm^{-2} sec^{-1} und v in Prozent pro sec eingesetzt werden.

Die Versuchsergebnisse werden am besten nach dem Gesichtspunkt zusammengestellt, daß sie unmittelbar eine Prüfung der Prandtlschen Gleichung (5a) zulassen. Der „Grundgeschwindigkeit" v_1 möge die Zugfestigkeit σ_{B1} (bzw. die Fließgrenze σ_{S1}), analog der Geschwindigkeit v_v die Zugfestigkeit σ_{Bv} (bzw. die Fließgrenze σ_{Sv}) entsprechen. Dann sind also in der graphischen Veranschaulichung die Werte $\sigma_{Bv} - \sigma_{B1}$ (bzw. $\sigma_{Sv} - \sigma_{S1}$) als Funktion von $\log \frac{v_v}{v_1}$ aufzutragen. Da die Werte von σ_B und σ_S sehr von Zufälligkeiten abhängen, ist es vorteilhaft, als Ordinaten die prozentualen Überhöhungen $\frac{\sigma_{Bv} - \sigma_{B1}}{\sigma_{B1}} \cdot 100 \left(\text{bzw. } \frac{\sigma_{Sv} - \sigma_{S1}}{\sigma_{S1}} \cdot 100 \right)$ zu nehmen. Es sei noch darauf hingewiesen, daß es auf Grund der Definitionen (1) und (2) gleichgültig ist, ob von den Verhältnissen $\frac{v_v}{v_1}$ und $\frac{v_v^*}{v_1^*}$ das eine oder das andere zu den Betrachtungen herangezogen wird; denn es ist an der Stelle ε_0 $\frac{v_v}{v_1} = \frac{v_v^*}{v_1^*}$.

Nun die Ergebnisse:

1. Für Eisen.

1. Versuchsreihe (Fig. 13 und 14).

Jedem Versuch waren eigentümlich: gleiche Grundgeschwindigkeit $v_1 \approx 0{,}010$ Proz. pro sec, nur eine Geschwindigkeitsstufe, bei jedem Geschwindigkeitsübergang völlige Entlastung des Stabes. Wegen der ungeahnten Streuung der

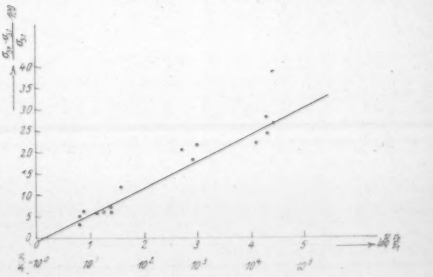


Fig. 13.

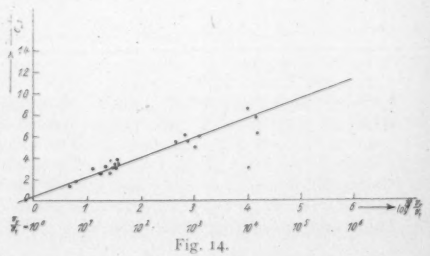


Fig. 14.

Meßpunkte konnte ein einwandfreier Schluß aus diesen Messungen nicht gezogen werden. Der Geschwindigkeitsbereich erwies sich bei

1) Bei Auftreten einer oberen und einer (konstanten oder variablen) unteren Fließspannung soll unter σ_S der Mittelwert der unteren Spannungen verstanden werden.

2) Diese Möglichkeit besteht natürlich nur dann, wenn das Material homogen ist, also bei großen Querschnittsabmessungen.

solch großen Streuungen als zu klein. Die Streuung mag in Meßungenauigkeiten, die besonders durch die jedesmalige Neueinstellung der Grundlinie hereinkommen, ihre Ursache haben; außerdem ist es sehr wohl möglich, daß sich neben den Zeitwirkungen auch Einflüsse anderer Art geltend machen.

2. Versuchsreihe (Fig. 15).

Nach den Erfahrungen aus den vorhergehenden Versuchen lag vor allem daran, den Geschwindigkeitsbereich zu erweitern. Durch Vergrößerung der Übersetzungen auf der An-

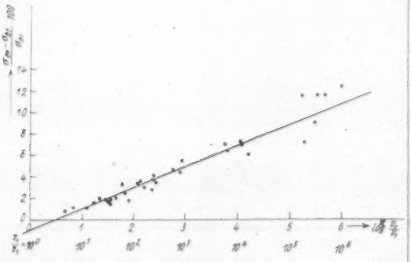


Fig. 15.

triebsseite der Amslermaschine konnte bis zu einer Geschwindigkeit $v_1 \approx 0{,}001$ Proz. pro sec heruntergegangen werden. Ferner wurde hier im Gegensatz zur vorigen Meßreihe bei jedem Stab die Geschwindigkeitserhöhung in mehrere Stufen unterteilt und während des ganzen Versuches niemals entlastet, soweit es sich um

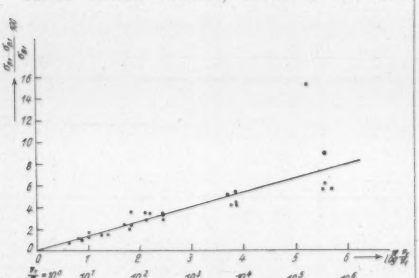


Fig. 16.

Geschwindigkeiten handelte, die mit Motorantrieb erreichbar waren. Vgl. hierzu nochmals Fig. 6 und Auswertungsmuster Fig. 12.

2. Für Kupfer. (Fig. 16.)

Auch für Kupfer wurden die Versuche nach der eben beschriebenen Art durchgeführt und ausgewertet.

Bei Betrachtung der graphischen Darstellungen fällt besonders auf, daß die Hauptstreuungsgebiete in der Gegend großer $\frac{v_v}{v_1}$ liegen. Das sind gerade die Punkte, die sich aus Kombinationsversuchen Amslermaschine-Schlaghammer ergeben haben. Das hat seinen Grund darin, daß beim Schlagwerk die Einstellung der Nullinie mit Fehlern behaftet sein kann.

Zum Schluß wäre noch an Hand des experimentellen Materials zu prüfen, ob die Prandtlsche Theorie mit der Wirklichkeit übereinstimmt. In der Tat erkennt man, daß sowohl für Eisen wie für Kupfer die Punkte bei halblogarithmischer Auftragung in guter Annäherung auf einer Geraden liegen, die durch die Gleichung $\sigma_v - \sigma_1 = \text{const} \cdot \log \frac{v_v}{v_1}$ beschrieben werden kann. Innerhalb des untersuchten Geschwindigkeitsbereiches ist demnach die Prandtlsche Gleichung (5a) als erfüllt anzusehen. Eine Abweichung von der logarithmischen Linie, die von vornherein für hohe v_v vermutet wurde, ist nicht zu bemerken. Es bleibt deshalb leider noch die Frage offen, von welchem v_v' ab eine solche Abweichung eintreten wird. Mit Rücksicht auf die Empfindlichkeit der Schlagapparatur konnte der Meßbereich nach oben hin nicht erweitert werden. Mit den im Augenblick zur Verfügung stehenden Mitteln läßt sich daher für die Klärung dieser Frage kein Beitrag liefern.

Aus den graphischen Auftragungen (Fig. 13 bis 16) können die Zahlenwerte für die Konstante der Gleichung $\sigma_v - \sigma_1 = \text{const} \cdot \log \frac{v_v}{v_1}$ entnommen werden, wenn gleichzeitig die Größen σ_{B1} und σ_{S1} bekannt sind. Die Werte für σ_{B1} und σ_{S1} schwanken sehr stark, weshalb für sie Mittelwerte zu nehmen sind. Unter Einsetzung dieser erhält man

1. für Eisen
im reinen Fließgebiet den Wert
$\text{const} = 175 \pm 10$ kg/cm²
und in der Gegend der Zugfestigkeit den Wert
$\text{const} = 85 \pm 5$ kg/cm²,

2. für Kupfer
in der Gegend der Zugfestigkeit den Wert
$\text{const} = 28 \pm 2$ kg/cm².

Zum Vergleich sei angegeben, daß sich aus den Versuchen von Cassebaum[1]), der ein Eisen der Zusammensetzung

$C = 0{,}46$, $Si = 0{,}33$, $Mn = 0{,}70$, $P = 0{,}038$, $S = 0{,}026$

1) Siehe a. a. O.

verwendet hat, in der Gegend der Zugfestigkeit ein Wert const. ≈ 50 kg/cm² ergibt.

Zusammenfassung.

In dieser Arbeit sollte experimentell untersucht werden, in welcher Weise die beim Zugversuch von Metallen auftretenden Spannungen von der Geschwindigkeit der Verformung abhängen. Die Ergebnisse sollten mit den von L. Prandtl auf Grund theoretischer Überlegungen gewonnenen Gesetzmäßigkeiten verglichen werden. Als Versuchsmaterial wurden Eisen und Kupfer verwendet. Für die Ausführung möglichst genauer Messungen wurden zwei Apparaturen gebaut, die die Größen Zeit, Dehnung und Kraft gleichzeitig aufzeichnen. Die Auswertung der Versuche läßt die Richtigkeit einer der Prandtlschen Gesetzmäßigkeiten erkennen.

(Eingegangen 21. Dezember 1931.)

Quantenmechanische Berechnung der Konstanten einiger polarer Moleküle[1].

Von John G. Kirkwood[2].

I.

In dieser Arbeit wird versucht eine einfache quantenmechanische Berechnung von Konstanten einiger polarer Moleküle zu geben, ausgehend vom Ionenmodell. Die elektrischen Momente sowie andere Eigenschaften werden, wie sich zeigen wird, mit ziemlich gutem Erfolg wiedergegeben.

Um zu einer näherungsweisen Darstellung der Elektronenverteilung im Moleküle zu kommen, könnte man nicht nur, wie es hier geschieht, vom Ionenmodell als Ausgangspunkt ausgehen. Es wäre ebenfalls möglich mit neutralen Atomen zu beginnen, die in Gedanken näher gebracht werden, wie das bei Heitler und London z. B. geschieht. Die Frage ist, auf welchem dieser beiden Wege man schneller zu einer guten Darstellung gelangt. Wir haben den Eindruck, daß im vorliegenden Falle das Endresultat leichter erreicht wird, indem man vom Ionenmodell ausgeht. Deshalb wurde dieser Weg bevorzugt, obwohl natürlich im Endresultat beide Wege zu demselben Ziele führen müssen, sofern überhaupt ein einziges eindeutiges Modell des unerregten Moleküls existiert.

II.

Wir betrachten hier ein Molekül des Typus der Halogenwasserstoffe, das wir als das Produkt des adiabatischen Zusammentretens eines negativen Ions und eines Protons ansehen wollen. Die Wechselwirkung der Ionen läßt sich in der folgenden Weise darstellen. Erstens gibt es die reine Coulombsche Kraft, die schematisch in zwei Teile zerlegt werden kann; nämlich eine Anziehung, die zwischen den Ionen herrschen würde, wenn sie bloß Punktladungen wären, und eine Abstoßung[1]), die von dem Eindringen des Protons in die Elektronenwolke des negativen Ions herrührt. Zweitens gibt es eine zusätzliche Anziehungskraft, die aus der vom Proton verursachten Polarisation des negativen Ions entsteht.

Wenn wir von den verhältnismäßig langsamen Temperaturschwingungen der Kerne absehen, so können wir voraussetzen, daß die Elektronenverteilung im Moleküle durch die Wellenfunktion des polarisierten negativen Ions dargestellt wird, während der Abstand zwischen den Kernen als konstant angenommen wird. Um diese Wellenfunktion am einfachsten aufzustellen, benutzen wir eine von Hassé und Lennard-Jones vorgeschlagene angenäherte Störungsmethode[2]), die wir etwas erweitert haben. Nach dieser Methode stellen wir die Wellenfunktion ψ des negativen Ions folgendermaßen dar

$$\Psi = \Psi_0 \frac{1 + \lambda (v - \varepsilon_1)}{\sqrt{1 + g}}, \qquad (1)$$

wo Ψ_0 die ungestörte Wellenfunktion, λ einen Parameter, v das Störungspotential, ε_1 die Störungsenergie erster Ordnung und g eine kleine Größe bedeutet, die bei der Normierung von ψ auftritt. Hier ist ε_1 durch die folgende Formel definiert

$$\varepsilon_1 = \int \overline{\Psi}_0 v \Psi_0 \, d\tau \qquad (2)$$

1) Vorgetragen auf der Tagung des Gauvereins Thüringen—Sachsen—Schlesien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft am 10. Januar 1932 in Leipzig.

2) International Research Fellow. z. Z. am Physikalischen Institut, Leipzig.

1) A. Unsöld, Zeitschr. f. Phys. **43**, 563, 1927.

2) Hassé, Proc. Camb. Phil. Soc. **26**, 542, 1930; Lennard-Jones, Proc. Roy. Soc. London (A), **129**, 602, 1930; Kirkwood, Physik. Zeitschr. **33**, 57, 1932.

und g folgendermaßen zu bestimmen

$$\int \overline{\Psi} \Psi \, d\tau = 1$$

oder aus (1) und (2)

$$g = \hat{\lambda}^2 \int \overline{\Psi}_0 (v - \varepsilon_1)^2 \Psi_0 \, d\tau. \tag{3}$$

Der Parameter $\hat{\lambda}$ wird nunmehr so bestimmt, daß das Integral $\int \overline{\Psi} H \Psi \, d\tau$, in dem H den Hamiltonschen Operator bedeutet, einen Minimalwert annimmt.

Die Störungsenergie ε wird durch das folgende Integral gegeben:

$$\varepsilon = \int [\Psi H \Psi - \Psi_0 H_0 \Psi_0] \, d\tau. \tag{4}$$

Wenn wir dieses Integral auswerten, so finden wir

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \frac{2\hat{\lambda}\overline{(v-\varepsilon_1)^2} + \hat{\lambda}^2 \left\{ \sum_{j=1}^{n} \overline{\operatorname{grad}_j^2 v} + \overline{(v-\varepsilon_1)^3} \right\}}{1 + \hat{\lambda}^2 \overline{(v-\varepsilon_1)^2}}, \tag{5}$$

wo der Strich eine Mittelwertbildung nach der Formel

$$\bar{q} = \int \overline{\Psi}_0 q \Psi_0 \, d\tau \tag{6}$$

bedeutet. Alle Längen werden hier als Vielfache des Bohrschen Radius a_0 und alle Energien durch die Energie E_0 des Grundzustandes des Wasserstoffatomes ausgedrückt. Die Anzahl der Elektronen im Ion wird mit n bezeichnet. Mittels der Bedingung

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \hat{\lambda}} = 0 \tag{7}$$

erhalten wir aus Gleichungen (3) und (5)

$$\hat{\lambda} = -\frac{\overline{(v-\varepsilon_1)^2}(1-g)}{\sum_{j=1}^{n} \overline{\operatorname{grad}_j^2 v} + \overline{(v-\varepsilon_1^3)}} \tag{8}$$

und

$$g = 1 - \frac{\sqrt{1 + 4\hat{k}} - 1}{2\hat{k}}, \tag{8a}$$

wo

$$\hat{k} = \frac{\overline{(v-\varepsilon_1)^2}^3}{\left\{ \sum_{j=1}^{n} \overline{\operatorname{grad}_j^2 v} + \overline{(v-\varepsilon_1)^3} \right\}^2}.$$

Wenn wir den obigen Wert von $\hat{\lambda}$ in Formel (5) einsetzen, so haben wir

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - \frac{\overline{(v-\varepsilon_1)^2}}{\left\{ \sum_{j=1}^{n} \overline{\operatorname{grad}_j^2 v} + \overline{(v-\varepsilon_1)^3} \right\}} (1-g). \tag{9}$$

Das elektrische Moment der Elektronenverteilung in der Richtung der Linie, die die Kerne verbindet, ergibt sich aus der Formel

$$M_e = -e \int \overline{\Psi} \sum_{j=1}^{n} z_j \Psi \, d\tau$$

$$= -\frac{2\hat{\lambda}}{1+g} \left[v \sum_{j=1}^{n} z_j \right] e a_0, \tag{10}$$

wenn die ungestörte Wellenfunktion Ψ_0 kugelsymmetrisch ist, und z_j die Koordinate des Elektrons j in der Richtung der Verbindungslinie bedeutet. Das gesamte Moment des Moleküls ist bekanntlich

$$\mu = M_e + M_0, \tag{11}$$

wo M_0 das elektrische Moment des Moleküls mit ungestörtem negativem Ion bedeutet.

Die gegenseitige potentielle Energie der Ionen (Figur) läßt sich folgendermaßen schreiben.

$$V = 2(Z/R - \sum_{j=1}^{n} 1/r_j'), \tag{12}$$

wo Z die Ordnungszahl des Kernes des negativen Ions, R den Abstand des Protons von jenem Kerne, und r_j' den Abstand des Elektrons j vom Proton bedeutet. Da solche Glieder, die nicht von den Elektronenkoordinaten abhängen, keine Rolle bei dem Störungsvorgang spielen, können wir für v die folgende Form wählen

$$v = e^2 \left\{ \frac{n}{R} - \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{r_{j_a}} \right\}, \tag{13}$$

so daß die gesamte potentielle Energie

$$V = \frac{Z-n}{R} e^2 + v \tag{14}$$

wird und sich also von v nur um eine Konstante unterscheidet. Die gegenseitige Energie der Ionen läßt sich folglich schreiben

$$E = \varepsilon - 2\frac{n-Z}{R}, \tag{15}$$

wo ε aus Gleichung (9) zu bestimmen ist.

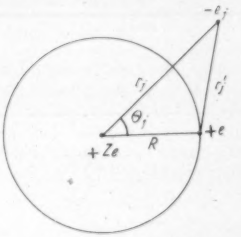
Wenn wir die ungestörte Ionenwellenfunktion Ψ_0 genau kennen würden, so könnten wir die Berechnung der Eigenschaften des Moleküls ohne weiteres durchführen. Da das nicht der Fall ist, empfiehlt es sich, eine angenäherte Darstellung von v zu benutzen, die uns die Ergebnisse in Zusammenhang mit der gewöhnlichen Polarisierbarkeit der Ionen im homogenen Feld zu bringen gestattet. Für die Berechnung der verhältnismäßig kleinen Glieder, die von dem Unterschied zwischen den Effekten eines homogenen Feldes und einer Punktladung herrühren, benutzen wir angenäherte wasserstoffähnliche Wellenfunktionen.

Wenn wir v nach Kugelfunktionen entwickeln und nur die ersten zwei Glieder behalten, so können wir schreiben

$$v = 2\left\{\frac{n}{R} - \frac{1}{R}\sum_{j=1}^{n}\left(1 + \frac{r_j\cos\Theta_j}{R}\right)\right\} \qquad r_j < R$$
$$v = 2\left\{\frac{n}{R} - \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{r_j} + \frac{R}{r_j^2}\cos\Theta_j\right)\right\}, \qquad r_j > R \tag{16}$$

wo r_j den Abstand des Elektronen j vom Ionenkerne, und Θ_j den Winkel bedeutet, den er mit R macht (Figur). Die physikalische Bedeutung dieser Annäherung besteht darin, daß das vom Proton erzeugte Feld innerhalb der Kugel R homogen ist, während es außerhalb dieser Kugel dem Felde einer Punktladung und eines im Kerne des negativen Ions angebrachten Dipols äquivalent ist. Die Vernachlässigung der höheren Glieder der Reihe dürfte keinen erheblichen Fehler verursachen, wenn das Proton außerhalb des Gebiets der maximalen Elektronendichte liegt. Diese Bedingung wird bei den Halogenwasserstoffen gewiß erfüllt.

Wenn das Ion wie die Halogenionen kugelsymmetrisch ist, erhalten wir die folgenden



Ausdrücke für die Größen, die in Gleichungen (8), (9) und (10) auftreten.

$$\varepsilon_1 = \frac{2}{R}\sum_{j=1}^{n}\overline{\left(1 - \frac{R}{r_j}\right)^R} \tag{17}$$

$$\left.\begin{aligned}
\overline{(v-\varepsilon_1)^2} &= \frac{4}{3R^4}\left\{\sum_{j=1}^{n}\overline{r_j^2} - C_1(R)\right\}\\
C_1(R) &= \sum_{j=1}^{n}\left[\overline{r_j^{2R}} - \frac{\overline{R^6}^R}{\overline{r_j^4}}\right] - 3R^4\left\{\sum_{j=1}^{n}\left[2\overline{\left(1-\frac{R}{r_j}\right)^R} - \overline{\left(1-\frac{R^2}{r_j^2}\right)^R} - \overline{\left(1-\frac{R}{r_1}\right)^{2R}}\right]\right.\\
&\left. + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}{}'(j+k)\left[\overline{\frac{1}{r_j r_k}}^R - \overline{\frac{1}{r_j}}^R\,\overline{\frac{1}{r_k}}^R\right]\right\}
\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{n}\overline{\operatorname{grad}_j^2 v} + \overline{(v-\varepsilon_1)^3} = \frac{4}{R^4}\{n + C_2(R)\}\\
C_2(R) &= \sum_{j=1}^{n}\left\{2\,\overline{\frac{R^6}{r_j^6}}^R + \overline{\frac{R^4}{r_j^4}}^R - \overline{1}^R - 2R\left[\overline{(1-R/r_j)^R}\sum\overline{r_j^2}/R^2 + \left(\overline{\frac{R^5}{r_j^5}}^R + 3\,\overline{\frac{R}{r_j}}^R + \overline{\frac{R^3}{r_j^3}}^R\right)\right.\right.\\
&\quad - \overline{(R^4/r_j^4}^R + 3\,\overline{R^2/r_j^2}^R + \overline{1}^R) + \overline{(1-R/r_j)^R}\,(3\,\overline{1}^R\\
&\quad \left.\left. + 3\,\overline{R^2/r_j^2}^R + \overline{R^4/r_j^4}^R - 6\,\overline{R/r_j}^R - \overline{r_j^2/R^2}^R) - 2\,\overline{\left(1-\frac{R}{r_j}\right)^R}\right\}\\
&\quad + 2R^4\left\{\sum_{\substack{j=1\\ j\neq k}}^{n}\sum_{k=1}^{n}\left[3\left(\frac{n}{R} - \varepsilon_1\right)\left(\overline{\frac{1}{r_j r_k}}^R - \overline{\frac{1}{r_j}}^R\,\overline{\frac{1}{r_k}}^R\right) - \frac{1}{R^4}\left(\overline{\frac{r_k^2}{r_j}}^R - \overline{r_k^2}^R\,\overline{\frac{1}{r_j}}^R\right)\right]\right.\\
&\quad \left. - \sum_{\substack{j=1\\ j\neq k\neq l}}^{n}\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\left[\overline{\frac{1}{r_j r_k r_l}}^R - \overline{\frac{1}{r_j}}^R\,\overline{\frac{1}{r_k}}^R\,\overline{\frac{1}{r_l}}^R\right]\right\}
\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

$$\left.\begin{aligned}\overline{\left[v\sum_{j=1}^{n} z_j\right]} &= \frac{1}{3R^2}\left\{\sum_{j=1}^{n} r_j^2 - C_3(R)\right\}^{1)}\\ C_3(R) &= \sum_{j=1}^{n}\left[\overline{r_j^2}^R - \frac{\overline{R^2 R}}{r_j}\right],\end{aligned}\right\} \quad (20)$$

wo der Strich $\overline{\ }^R$ eine Mittelwertbildung nur über den außerhalb der Kugel R liegenden Raum bedeutet. Die Integration über die Winkelkoordinaten wurde schon in den oberen Formeln durchgeführt. Dazu haben wir die folgenden Ansätze benutzt

$$\overline{Z^2} = \tfrac{1}{3}\sum \overline{r^2} \qquad \overline{Z^3} = 0 \quad (21)$$

mit $$Z = \sum_{j=1}^{n} z_j,$$

wo die Mittelwerte über irgendeine Kugel, deren Zentrum der Ionenkern ist, zu bilden sind. Diese Beziehungen folgen ohne weiteres aus der Kugelsymmetrie der Elektronenverteilung des Ions.

Um die Größen ε_1, C_1, C_2 und C_3 auszurechnen, brauchen wir eine explizite Darstellung der Wellenfunktion Ψ_0 des Ions außerhalb der Kugel R. Es ist leicht zu sehen, daß die inneren Elektronen dabei keine bedeutende Rolle spielen können. Deshalb können wir mit genügender Genauigkeit nur die acht Elektronen in Betracht ziehen, die sich in der äußeren edelgasähnlichen Schale des Ions finden. Durch lineare Kombination der Funktionen, die sich aus Permutationen der Elektronenkoordinaten in dem Produkt $\prod_{j=1}^{8} \Psi_{0j}(x_j)$ der Wellenfunktionen der einzelnen Elektronen ergeben, können wir die verlangte Wellenfunktion Ψ_0 aufbauen. In nullter Näherung lassen sich die Funktionen Ψ_{0j} in wasserstoffähnlicher Form schreiben:

$$\Psi_{0j} = R_{n^*l}(r_j)\, P_e^m(\cos\Theta_j)\, e^{\pm em\varphi_j}. \quad (22)$$

1) Es ist zu bemerken, daß die obigen Darstellungen von $\overline{\left[v\sum_{j=1}^{n} z_j\right]}$ sowie von ε_1 genau sind, da die vernachlässigten Glieder der Reihe (16) infolge der Integralsätze der Kugelfunktionen

$$\int_{-1}^{+1} P_m(\mu)\, P_n(\mu)\, d\mu = 0 \quad m \neq n$$

und

$$\int_{-1}^{+1} P_n(\mu)\, d\mu = 0 \quad n > 0$$

keinen Beitrag dazu liefern können.

Ferner dürfen wir eine asymptotische Darstellung der Funktionen R_{n^*l} einführen, die bei großen r ziemlich genau wird. Diese Funktion läßt sich schreiben

$$R_{n^*} = r^{n^*-1} e^{-\frac{Z-S}{n^*} r}, \quad (23)$$

wo n^* eine effektive Quantenzahl und s eine Abschirmungskonstante ist. Slater[1]) hat diese Funktion mit gutem Erfolg auf viele Probleme angewandt, indem er die Parameter n^* und s so gewählt hat, daß die Wellenfunktion den Termwert des Elektrons am besten wiedergab. Da die acht Elektronen in der äußeren Schale des Ions derselben Hauptquantenzahl n^* entsprechen, so ist

$$F(r_1 \ldots r_n) = \prod_{j=1}^{8} R_{n^*}(r_j)$$

invariant in bezug auf beliebige Permutationen der Elektronenkoordinaten. Deshalb können wir schreiben

$$\Psi_0 = F(r_1 \ldots r_n)\,|\Theta_p|$$

wo $|\Theta_p|$ die Determinante der Winkelfunktionen, die man durch Permutation der Elektronenkoordinaten im Produkt $\prod_{j=1}^{8} P_e^m(\cos\Theta_j)\, e^{em\varphi_j}$ erhält, bedeutet[2]). Ferner ist

$$\Psi_0 \overline{\Psi}_0 = F^2(r_1 \ldots r_n)\,|\Theta_p|\,\overline{|\Theta_p|}. \quad (24)$$

Aber da wir die Integration über die Winkel schon durch allgemeine Symmetriebetrachtungen berücksichtigt haben, brauchen wir in unseren Formeln nur das über die Winkel erstreckte Integral von $\Psi_0 \overline{\Psi}_0$, das mit dem Weglassen eines Normierungsfaktors einfach durch $F^2(r_1 \ldots r_n)$ dargestellt wird. Wenn man diese Verteilungsfunktion benutzt, so gilt

$$\overline{\prod_{k=1}^{e} f(r_k)} = \prod_{k=1}^{e} \overline{f(r_k)} \quad (25)$$

Deshalb vereinfachen sich die Formeln (18), (19) und (20), und es ergibt sich endlich

$$\varepsilon_1 = \frac{2}{R} e^{-\beta R}\{\varphi_0 - \varphi_{-1}\}, \quad (26)$$

$$C_1(R) = R^2 e^{-\beta R}\{\varphi_2 - \varphi_{-4} - 3[\varphi_0 + \varphi_{-2} - 2\varphi_{-1}] + 3e^{-\beta R}\frac{[\varphi_0 - \varphi_{-1}]^2}{8}\} \quad (27)$$

1) J. C. Slater, Phys. Rev. **36**, 61, 1929.
2) J. C. Slater, Phys. Rev. **36**, 1293, 1929.

$$C_2(R) = e^{-\beta R}\{2\varphi_{-6} + \varphi_{-4} - \varphi_0 - 2R\left[\frac{\varphi_0 - \varphi_{-1}}{8}\frac{\Sigma\overline{r^2}}{R^2} + (\varphi_{-5} + 3\varphi_{-1} + \varphi_{-3}) - (\varphi_{-4} + 3\varphi_{-2} + \varphi_0) + e^{-\beta R}(\varphi_0 - \varphi_{-1})(3\varphi_0 + 3\varphi_{-2} + \varphi_{-4} - 6\varphi_{-1} - \varphi_2)/8 - e^{-2\beta R}(\varphi_0 - \varphi_{-1})^3/_{32}\right]\} \quad (28)$$

$$C_3(R) = R^2 e^{-\beta R}\{\varphi_2 - \varphi_{-1}\} \quad (29)$$

wo

$$\beta = 2(Z - s)/n^*$$

und

$$\varphi_m(R) = 8e^{\beta R}\frac{\int_R^\infty (r/R)^m r^{2n^*} e^{-\beta r} dr}{\int_0^\infty r^{2n^*} e^{-\beta R} dr}. \quad (30)$$

Wenn n^* eine ganze Zahl ist, so läßt sich $\varphi_m(R)$ folgendermaßen angeben:

$2n^* + m \geq 0$

$$\varphi_m(R) = \sum_{l=0}^{2n^*+m} \frac{8(2n^* + m)!}{(2n^*)!\,(2n^* + m - l)!}(\beta R)^{2n^*-l} \quad (31)$$

$2n^* + m < 0$

$$\varphi_m(R) = \sum_{l=1}^{|m|-2n^*-1} \frac{8(|m| - 2n^* - 1 - l)!\,(-1)^{l-1}}{(2n^*)!\,(|m| - 2n^* - 1)!}(\beta R)^{2n^*+l} + 8(\beta R)^{|m|}\frac{(-1)^{|m|-2n^*}e^{\beta R}Ei(-\beta R)}{(2n^*)!\,(|m| - 2n^* - 1)!}. \quad (32)$$

$Ei(-\beta R)$, der Integrallogarithmus, ist durch die folgende Formel definiert.

$$Ei(-\beta R) = \int_\infty^{\beta R}\frac{e^{-x}}{x}dx. \quad (33)$$

Wenn n^* keine ganze Zahl ist, so kann $\varphi_m(R)$, die die unvollständige Gammafunktion ist, in einer asymptotischen Reihe entwickelt werden. Die Berechnung der Größen ε_1, C_1, C_2 und C_3 erfolgt also sehr einfach aus den oben angegebenen Formeln.

Wir suchen nunmehr eine Darstellung von $\Sigma\overline{r^2}$. Für die genaue Berechnung dieser Größe ist die angenäherte Wellenfunktion, die wir außerhalb der Kugel R benutzt haben, nicht besonders gut geeignet. Wir könnten die Größe vielleicht aus der diamagnetischen Suszeptibilität ableiten. Wir bemerken jedoch, daß aus der Behandlung der von einem homogenen Feld erzeugten Polarisation eines Atomes nach derselben Methode, die wir hier gebraucht haben, sich die folgende Beziehung ergibt.

$$\alpha = \frac{4}{9}\frac{[\Sigma r^2]^2}{n}a_0^3, \quad (34)$$

wo α die gewöhnliche Polarisierbarkeit bedeutet[1]). Es scheint konsequent den aus dieser Gleichung berechneten Wert

$$\Sigma\overline{r^2} = \tfrac{3}{2}\sqrt{n\alpha} \quad (35)$$

in unseren Formeln einzusetzen.

Mittels Gleichungen (8), (9), (10), (11), (18), (19), (20) und (35) erhalten wir endlich die folgenden Ausdrücke für die Energie und das elektrische Moment des Moleküls.

$$\lambda = \frac{\sqrt{n\alpha}/2 - C_1/3}{n + C_2}(1 - g)$$
$$g = 1 - \frac{1}{2k}(\sqrt{1 + 4k} - 1) \quad (36)$$
mit $$k = \frac{4}{R^4}\frac{(\sqrt{n\alpha}/2 - C_1/3)^3}{(n + C_2)^2}$$

$$E = \frac{2}{R}\{\varphi_0 - \varphi_{-1}\}e^{-\beta R} - 2\frac{n - Z}{R} - \frac{1}{R^4}\{\sqrt{n\alpha} - 2C_1/3\}^2\frac{(1 - g)}{(n + C_2)} \quad (37)$$

$$\mu = eR(1 - \alpha_e/R^3)$$
$$\alpha_e = \frac{(\sqrt{n\alpha} - 2C_1/3)(\sqrt{n\alpha} - 2C_3/3)}{(n + C_2)}\frac{1 - g}{1 + g}, \quad (38)$$

wo C_1, C_2 und C_3 aus Formeln (27), (28) und (29) auszurechnen sind. Wenn wir das Feld des Protons als überall homogen angesehen hätten, so würde die gewöhnliche Polarisierbarkeit α des Ions statt der effektiven Polarisierbarkeit α_e in der Formel (38) auftreten. Tatsächlich wurde bisher diese Voraussetzung gemacht. Das gab schon eine erste Näherung für die elektrischen Momente der Halogenwasserstoffe *HCl*, *HBr* und *HI*, sowie des Wassers[1]). Wir haben hier sozusagen die Annäherung einen Schritt weitergeführt.

1) Kirkwood, Physik. Zeitschr. **33**, 57, 1932.

1) P. Debye, Polar Molecules, S. 59. Chem. Cat. Co. 1929. Deutsche Ausgabe. Leipzig 1929. S. Hirzel. Kap. IV.

III.

Es ist uns jetzt möglich, die Eigenschaften der Halogenwasserstoffmoleküle zu bestimmen. Aus Gleichung (37) ergibt sich die gegenseitige potentielle Energie E der Ionen als Funktion ihres Abstandes R. Mittels der Bedingung

$$\frac{dE}{dR} = 0 \tag{39}$$

können wir den Gleichgewichtsabstand R_0 bestimmen, der dem Nullschwingungszustande der Kerne entspricht. Die Dissoziationsenergie ΔE, die der Trennung des Moleküls in zwei Ionen entspricht, ergibt sich aus

$$\Delta E = -E(R_0). \tag{40}$$

Das elektrische Moment berechnet sich aus Formel (38) nach Einsetzung von R_0. Die Hauptschwingungszahl der Kerne ν_0, die für das Bandenspektrum eine bedeutende Rolle spielt, läßt sich aus der folgenden Beziehung bestimmen:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{m_e}\left(\frac{d^2E}{dR^2}\right)_{R_0}}, \tag{41}$$

wo m_e die effektive Masse der Kerne $\dfrac{m_+ m_-}{m_+ + m_-}$ bedeutet. Für diese Berechnungen müssen wir die Polarisierbarkeit des negativen Ions, sowie die effektive Quantenzahl n^* und die Abschirmungskonstante s der in der äußeren Schale liegenden Elektronen wissen. Wir benutzen hier die Ionenpolarisierbarkeiten von Wasastjerna[1]) und die von Slater[2]) angegebenen Werte von n^* und s. Die nötigen Angaben für die Halogenionen sind in Tabelle I zusammengestellt.

Tabelle I.

	$\alpha \cdot 10^{24}$ cc	Z	n	n^*	$Z-S$
F^-	0,84	9	10	2	4,85
Cl^-	3,22	17	18	3	5,75
Br^-	4,52	35	36	3,7	7,25
I^-	7,04	53	54	4,0	7,25

Wir haben die Eigenschaften des Chlorwasserstoffmoleküls ausführlich berechnet. In Tabelle II geben wir die Werte der Größen $\Sigma\overline{r^2}$, n, g, C_1, C_2 und C_3 an, um ihre relativen Werte vor Augen zu führen. In Tabelle III werden die berechneten Werte der folgenden Größen zusammengestellt:

1) Wasastjerna, Soc. Sci. Fenn. Comm. Math. Phys. **1**, 38, 1923.
2) Slater, Phys. Rev. **36**, 1293, 1929.

Tabelle II.

R_0(Å)	$\Sigma\overline{r^2}/a_0^2$	C_1/a_0^3	C_2/a_0^5	n	C_3	g
HCl 1,27	29,9	7,3	5,7	18	0,7	0,09

1. Die Dissoziationsenergie ΔE, 2. der Kernabstand R_0, 3. das elektrische Moment μ, und 4. die Hauptschwingungszahl ν_0. Sie werden mit experimentellen Daten verglichen, die aus Arbeiten verschiedener Forscher entnommen sind. Die Übereinstimmung mit der Erfahrung scheint ganz gut zu sein. Man konnte kaum eine bessere erwarten, da die angenäherte Wellenfunktion der Form (1) die Polarisation des Ions nicht äußerst genau wiedergeben kann. Man kann den Vergleich des elektrischen Moments mit dem Experiment in ein besseres Licht rücken, wenn man das Verhältnis betrachtet zwischen dem Moment M_0, welches man erhält für das Ausgangsmolekül mit ungestörtem Chlorion, und dem Moment M_e, was infolge der Störung des Chlorions ersteres zu einem wesentlichen Teil kompensiert. Wir erhalten für das Verhältnis der Absolutwerte von M_e zu M_0 den Betrag 0,74, der sich vom experimentellen Werte 0,83 um etwa 11 Proz. unterscheidet. Da das gesamte Moment μ durch die Differenz von M_0 und M_e bestimmt wird, so ist sein relativer Fehler größer. Ohne Berücksichtigung der Feldinhomogenität und des Durchdringens des Protons in der Elektronenwolke des Chlorions erhält man für M_e/M_0 den Wert 1,62, der ungefähr 100 Proz. zu groß ist.

Tabelle III.

HCl.

	R_0(Å)	ΔE (Volt)	$\mu \cdot 10^{18}\, es\, E$	ν_0(cm^{-1})
ber.	1,29	12,9	1,58	2700
beob.	1,27[1])	13,7[2])	1,03[3])	2925[4])

Wir berechnen ferner die elektrischen Momente des Fluorwasserstoffs, Bromwasserstoffs und Jodwasserstoffs. Für die anderen Konstanten wurde die numerische Berechnung noch nicht durchgeführt. Die Berechnungen erfolgen genau wie im Falle des Chlorwasserstoffs, außer daß wir jetzt die experimentellen Werte der Kernabstände von vornherein einführen. Die Angeb-

1) Aus Bandenspektren. Siehe z. B. Report of the National Research Council on Molecular Spectra in Gases S. 222—232; P. Debye, Polar Molecules p. 59, 1929; J. C. Slater, Phys. Rev. **36**, 61, 1929.
2) Knipping, Zeitschr. f. Phys. **7**, 328, 1921; Hund, Zeitschr. f. Phys. **32**, 1, 1925.
3) Zahn, Phys. Rev. **24**, 400, 1924.
4) Kratzer, Zeitschr. f. Phys. **3**, 289, 1920.

nisse werden in Tabelle IV zusammen mit den experimentellen Werten Zahns[1]) dargestellt. Wie man sieht, gibt die Formel (38)

Tabelle IV.

	R_0 (Å)	$-M_e/M_0$ r		$\mu \cdot 10^{18}$	
		ber.	beob.	ber.	beob.
HF	0,92	0,68		1,3	
HCl	1,27	0,74	0,83	1,6	1,03
HBr	1,42	0,81	0,89	1,3	0,78
HI	1,62	0,91	0,95	0,7	0,38

die elektrischen Momente der Serie *HCl*, *HBr*, und *HI* mit ziemlich gutem Erfolge wieder, besonders wenn man das Verhältnis Me/M_0 (die berechneten Werte von μ selber verhalten sich wie die Zahlen 10 : 8 : 4, was auch für die experimentellen Werte zutrifft) betrachtet. Man bemerkt, daß das berechnete elektrische Moment des Fluorwasserstoffes sich kleiner als das des Chlorwasserstoffs, und zwar gleich demjenigen des Bromwasserstoffs ergibt. Es würde von Interesse sein, dieses Resultat experimentell zu prüfen.

Es gibt noch eine andere Tatsache, die vielleicht von Interesse ist, obwohl wir dafür keinen Grund entdecken können. Die Werte der effektiven, aus Formel (38) berechneten Polarisierbarkeiten a_e der Ionen Cl^-, Br^- und I^- kommen den gewöhnlichen Polarisierbarkeiten der entsprechenden Edelgase *A*, *Kr*, *Xe* auffallend nahe. Nur das Ion F^- und das Edelgasatom *Ne* widersprechen dieser Regel, wie sich in Tabelle V zeigt. Die Spalte a_e (korr.)

Tabelle V.

	a_e	a_e (korr.)	a	
F^-	0,6		0,39	*Ne*
Cl^-	1,5	1,70	1,63	*A*
Br^-	2,3	2,48	2,46	*Kr*
I^-	3,9	4,02	4,00	*Xe*

enthält die Werte von a_e, die den genauen Werten der elektrischen Momente der Halogenwasserstoffe entsprechen. Debye hat schon diese wahrscheinliche Tatsache bemerkt[2]).

Der ziemlich gute Erfolg der oben ausgeführten Berechnungen, welcher trotz der Grobheit der Näherungsmethode erreicht wurde, scheint unsere Vermutung zu bestätigen, daß das hier entworfene Ionenmodell eine gute Annäherung an der Elektronenverteilung von Molekülen des Typus der Halogenwasserstoffe liefert. Es würde vielleicht auch von Interesse sein, diese Methode auf kompliziertere polare Moleküle anzuwenden.

Zum Schluß danke ich Herrn Professor Debye für die Anregung zu dieser Arbeit und die damit verbundenen Diskussionen.

Anmerkung bei der Korrektur: Wenn man die Ionisierbarkeiten von Fajans und Joos (Zeitschr. f. Phys. **23**, 1, 1924) statt derjenigen von Wasastjerna benutzt, so erhält man die folgenden elektrischen Momente

	HCl	*HBr*	*HI*
$\mu \cdot 10^{18}$	1,09	0,88	0,31

Die Übereinstimmung dieser Werte mit dem Experiment ist jedoch besser als man aus unsrer Näherungsmethode erwarten könnte.

(Eingegangen 16. Januar 1932.)

1) Zahn, loc. cit.
2) Debye, Polar Molecules S. 62, 1929.

Über die Reglersche Eichungsmethode zur Präzisionsbestimmung von Gitterdimensionen und die unsrige[1]).

Von N. H. Kolkmeijer und A. L. Th. Moesveld.

In dieser Zeitschrift **32**, 680, 1931 hat Herr Regler eine Methode für die Präzisionsbestimmung von Gitterdimensionen mit Hilfe von Pulveraufnahmen beschrieben. Drei Tage nach dem Eingang seiner Arbeit, ging die unsrige über dasselbe Thema bei der Redaktion der Zeitschr. f. Kristallo. ein. Gänzlich unabhängig von einander begegneten Herr Regler und wir einigen ähnlichen Schwierigkeiten bei derartigen Bestimmungen und beseitigten dieselben in fast ganz identischen Weisen. Die Übereinstimmung beider Arbeiten dürfte aus dem nachstehenden Vergleich hervorgehen.

Wie wir, hat Herr Regler bemerkt, daß die Gitterkonstanten, welche aus der Ausmessung von Linien mit immer größerem Glanzwinkel hervorgehen, systematische Abweichungen zeigen. Regler, wie wir, war besorgt um genaue Zentrierung des Präparats und wenn auch die beiden Einrichtungen zu diesem Zweck Unterschiede aufweisen, so gleichen sie sich in so weit, als bei beiden die genaue Zentrierung mit Hilfe eines Mikroskops und Drehung des Präparats um die Achse beurteilt wird, wobei man

1) N. H. Kolkmeijer und A. L. Th. Moesveld, Zeitschr. Kristallo. **80**, 63, 1931, besonders S. 82 u. f.

zu gleicher Zeit auch den Durchmesser des Präparates mißt. Ein Vorteil der Reglerschen Methode ist es, daß die Zentrierung fast automatisch stattfindet; dagegen haben bei uns die dünnwandigen Glasröhrchen schon von selbst kreisförmigen Durchschnitt.

Regler bringt ebenso wie wir die Filmschrumpfung in Rechnung mittels der Ausmessung des Abstandes einiger Strichmarken, welche man vor der Entwicklung auf dem Film angebracht hat. Bei beiden Methoden bringt man die halbe Filmdicke bei der Ausmessung des Radius des Filmzylinders in Rechnung.

Stimmen also die beiden Untersuchungen in einigen wesentlichen Punkten überein, ein Unterschied tritt ein beim Anbringen der Dickekorrektion. Regler mißt auf dem Film die Außenränder der Linien und bringt dann zunächst die Hadding-Korrektion an (Abzug des vollen Präparatdurchmessers von den Abständen). Dagegen messen wir die Mitten der Linien und bringen neben der zugehörigen Gerlach-Pauli-Korrektion noch eine Korrektion wegen „Schein-Exzentrizität" an. Wir fügten diese letztere Korrektion zu, als wir bemerkten, daß die erstere nicht genügte und wir uns durch eine Rechnung und ein paar Steinsalzaufnahmen davon überzeugt hatten, daß der an der Gerlach-Pauli-Korrektion noch fehlende Betrag einigermaßen mit einer Exzentrizitätskorrektion vergleichbar war.

Auch Regler bemerkt, daß seine Hadding-Korrektion nicht genügt und bestimmt nun die obendrein noch anzubringende „Restkorrektion" ein für alle mal mit Hilfe einer Steinsalzaufnahme. Für diese Restkorrektion gibt er Tabellen und Kurven bei verschiedenen Präparatdicken.

Wir haben den Eindruck, daß die Angaben dieser Tabellen großes Vertrauen verdienen. Darum erschien es uns wünschenswert, dieselben an den von uns gegebenen Korrektionsformeln zu prüfen.

Wir haben zuerst die Reglerschen Angaben über die anzubringenden Korrektionen umgerechnet. Schon Regler selber bemerkt, daß man, da die Hadding-Korrektion[1]) allein nicht genügt, statt zuerst diese Korrektion und dann die Restkorrektion anzubringen, auch beide zusammen berechnen und als totale Korrektion anbringen kann. Wir haben also die besagte Zerlegung unterlassen. Zweitens meinten wir, daß es unrichtig war, diese Korrektion mit Benutzung des Mittels der Ka_1 und Ka_2 Wellenlängen zu berechnen, wie Regler es macht. Mißt man die äußere Liniengrenze, so soll man u. E. nicht dieses Mittel, sondern die größere der beiden Wellenlängen, diejenige der Ka_2-Linie, benutzen. Man findet die in dieser Weise neuberechneten totalen Korrektionen, wie man dieselben mit negativem Vorzeichen an die gemessene ϑ anbringen soll, in Radianen ausgedrückt in den ersten Spalten der Tabellen I bis IV.

Wenn wir nun daran gehen, diese Werte mit denjenigen, welche die Formeln ergeben, zu vergleichen, so wollen wir gleich bemerken, daß, außer für sehr kleine ϑ-Werte, welche hier nicht vorkommen, weder der auffallende, noch der abgebeugte Strahl, welcher nach der äußeren Grenze der Linie läuft, durch das Präparat hindurchgeht. Die abzuleitenden Formeln geben also genau geometrische Konstruktionen wieder. Allerdings kann man die Rechnungen nur bis zu einer gewissen Annäherung durchführen. Aber innerhalb dieser Näherung (0,1 Proz.) kann man ihrer Richtigkeit Vertrauen schenken.

Die am Ende unserer zitierten Arbeit angegebenen Formeln haben nun aber nicht für die Umstände der Reglerschen Apparatur volle Gültigkeit. Bei unseren Experimenten war der Antikathode-fokus nahe am Diaphragma-Ende und derselbe war auch so groß, daß dieses letztere als die Begrenzung des Bündels auftrat. In der Reglerschen Apparatur war der Abstand vom Fokus bis zum Diaphragma 90 mm und, wiewohl Regler die Dimensionen des Fokus nicht angibt und er ihn nur einen Strichfokus nennt, vermuten wir auf Grund der nachfolgenden Rechnungen, daß hier der Fokus als Begrenzung des Bündels auftrat. Daraus geht hervor, daß für kleine und große ϑ-Werte neue Korrektionsformeln anzuwenden sind. Für dazwischenliegende ϑ-Werte dürfen wir aber die Formeln für $\gamma_{\min.}$ in (10) und (11) unserer zitierten Arbeit beibehalten. Wir werden jedoch diese Formeln hier auf mehr geometrische Weise ableiten, weil so die Grenzen ihrer Gültigkeit deutlicher hervortreten und auch gleich die benötigten neuen Formeln daraus abzuleiten sind.

Wir beschränken uns vorläufig auf Strahlen, welche in der Äquatorebene der Kamera verlaufen. Wir sehen gleich ein, daß Strahlen, welche von der Mitte O (Fig. 1) des Fokus ausgehen und im Punkt A des Präparats MJ über einen Winkel 2ϑ abgebeugt werden, nur dann auf dem Filme CD den Äquatorpunkt der äußeren Grenze der betreffenden Linie abzeichnen, wenn A an der Grenze des Präparats, in A_1 z. B., liegt.

Sodann sieht man aus einem Linienübergang leicht (Fig. 2), daß man die Außengrenze

1) Wir bemerken beiläufig, daß es doch eigentlich im Prinzip nicht richtig ist, diese Korrektion anzubringen, wenn die Präparatdicke den Durchmesser des Diaphragmas beträchtlich überschreitet.

Tabellen mit $f = 1{,}19$ mm.

Tabelle I. Tabelle II. Tabelle III. Tabelle IV.

Reflexionen		$2r = 0{,}53$ mm			$2r = 0{,}94$ mm			$2r = 1{,}47$ mm			$2r = 2{,}18$ mm		
		$10^4 \times$ Totale Korrektion aus Beobachtung	$10^4 \times$ Totale Korrektion nach Formeln	Gitterkonstante	$10^4 \times$ Totale Korrektion aus Beobachtung	$10^4 \times$ Totale Korrektion nach Formeln	Gitterkonstante	$10^4 \times$ Totale Korrektion aus Beobachtung	$10^4 \times$ Totale Korrektion nach Formeln	Gitterkonstante	$10^4 \times$ Totale Korrektion aus Beobachtung	$10^4 \times$ Totale Korrektion nach Formeln	Gitterkonstante
		Rad.	Rad.	X. E.	Rad.	Rad.	X. E.	Rad.	Rad.	X. E.	Rad.	Rad.	X. E.
111	α	90	89	5621	134	130	5616	189	184	5621	257	254	5625
002	β	93	89	5618	137	130	5613	192	183	5626	260	254	5615
002	α	90	89	5624	134	130	5619[5]	189	182	5612	257	253	5620
022	β	—	—	—	137	128	5616	191	179	5614	258	249	5617
022	α	90	87	5624	131	127	5622	183	171	5622	250	246	5623
222	α	82	85	5629	123	123	5627	172	173	5629	237	239	5630
004	α	74	83	5631	113	120	5632	160	167	5631	225	231	5632
024	β	—	—	—	120	120	5628	169	167	5626	231	230	5628
024	α	63	81	5635	102	117	5634	148	162	5633	210	223	5633
224	α	52	78	5636	88	110	5635	134	152	5633	197	209	5630[5]
044	α	23	75	5635	49	107	5634	102	138	5633	167	179	5631
Mittel aller Linien				5628			5625			5623[5]			5626[5]
Abweichung in $^0/_{00}$				0			— 0,5			— 0,8			— 0,3[5]
Mittel α-Linien				5629[5]			5627[5]			5627			5628
Abweichung in $^0/_{00}$				+ 0,3			— 0,1			— 0,2			0

Allgemeines Mittel aller Linien	5626[5]
Abweichung in $^0/_{00}$	— 0,4
Allgemeines Mittel α-Linien	5628
Abweichung in $^0/_{00}$	0

der Linie in A findet, indem man dafür Sorge trägt, daß der Kreisabschnitt mit der Basis OA, welchem der Winkel $\psi = 180 - 2\vartheta$ [1]) eingeschrieben ist, den Kreisdurchschnitt des Präparats berührt. Daraus erhellt gleich, daß auch der abgebeugte Strahl nicht in das Präparat eindringt. Eine kleine Rechnung ergibt, daß die vorläufig an $2\vartheta_{gem}$ anzubringende negative Dickekorrektion δ'

$$\delta' = \psi - \alpha = \varphi + \omega = \frac{r}{R}\sqrt{1 + 2\frac{R}{e}\cos 2\vartheta + \frac{R^2}{e^2}} \quad (1)$$

ist, indem

$$\varphi = \frac{r}{e}\,\frac{\frac{R}{e} + \cos 2\vartheta}{\sqrt{1 + 2\frac{R}{e}\cos 2\vartheta + \frac{R^2}{e^2}}}, \quad (2)$$

alles unter Fortlassung der Quadrate und höheren Potenzen kleiner Größen wie $\frac{r}{e}$; dadurch ist die Genauigkeit der Formel beschränkt auf 0,1 Proz.

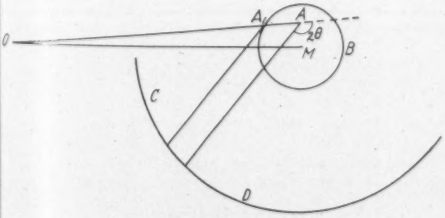


Fig. 1.

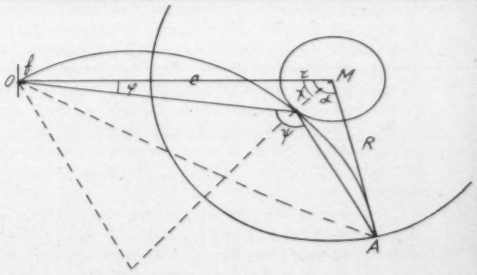


Fig. 2.

1) In unserer zitierten Arbeit, welche geschrieben wurde, bevor man international verabredete, daß man den Glanzwinkel mit ϑ angeben will, steht überall ϑ, wo hier 2ϑ vorkommt.

Formel (1) gäbe die Korrektion an, wenn der Fokus nur so groß wie der Punkt O wäre. Hat derselbe dagegen in der Zeichnungsebene eine Breite $2f$, so muß man, um die äußere Liniengrenze zu erhalten, die auffallenden und abgebeugten Strahlen noch um eine Achse durch M senkrecht auf der Zeichnungsebene drehen, bis O die obere Grenze des Fokus erreicht. Der Drehungswinkel ist $\frac{f}{e}$, an δ' zuzufügen.

Weil Regler jedoch nicht die Korrektion an 2ϑ, sondern an ϑ berechnet, machen wir das ebenso und finden

$$\delta = \frac{r}{2R}\sqrt{1 + 2\frac{R}{e}\cos 2\vartheta + \frac{R^2}{e^2}} + \frac{f}{2e}, \quad (3)$$

welche Korrektionsformel zwischen sogleich abzuleitenden Grenzen von ϑ gilt, auch wenn noch die zweite Ordnung kleiner Größen in Rechnung gezogen wird. Der auffallende Strahl macht dann einen Winkel

$$\varphi_1 = \varphi + \frac{f}{e} \quad (4)$$

mit der Achse des Diaphragmas.

Die Korrektion der zweiten Ordnung ändert sich nun aber, wenn wir auch außerhalb der Zeichnungsebene liegende Strahlen betrachten. Aus der Note in unserer zitierten Arbeit übernehmen wir, daß wir deshalb nur das Glied

$$\frac{\zeta^2}{4R^2}\,\frac{2\frac{R}{e} + \left(1 + \frac{R^2}{e^2}\right)\cos 2\vartheta}{\sin 2\vartheta}$$

zuzufügen haben, jedoch nur, wenn dasselbe positiv ist. ζ ist die maximale Höhe des Punktes, wo der auffallende Strahl das Präparat trifft über der Äquatorebene. Der Wert dieser Höhe hat nun einen Verlauf, welchen man nicht leicht für die verschiedenen Richtungen des auffallenden Strahls übersieht. Daher trifft es sich glücklich, daß das ζ-Glied nur positiven Wert hat für die beiden größten ϑ-Werte, daß der Betrag dieser Korrektion zweiter Ordnung nur gering ist und dann überdies noch einen kleinen Einfluß hat auf den Betrag von $\sin\vartheta$, welcher uns schließlich interessiert. Wir werden bemerken, daß wir für unsern Zweck dieses Glied ruhig fortlassen dürfen.

Zwischen welche Grenzwerte von ϑ gilt nun die Formel (3)? Für kleine ϑ und großen Wert der Präparatdicke, kann es vorkommen, daß der aus der Konstruktion folgende auffallende Strahl, nicht mehr durch die dem Präparat zugekehrte Diaphragma-Öffnung hindurchgeht. Dieser Fall gilt für Werte von ϑ, gleich oder kleiner als ϑ_1, dessen Wert sich aus

$$\varphi_1 = \varphi + \frac{f}{e} = \frac{f + r_1}{e - e_1} \quad (5)$$

ergibt. Darin ist r_1 der Radius des Diaphragmas, e_1 der Abstand von der Kamera-Achse bis zum nächstliegenden Diaphragma-Ende. Für $\vartheta < \vartheta_1$ macht dann der auffallende Strahl immer den Winkel φ_1 mit der Achse des Diaphragmas und ist die Korrektion

$$\delta_1 = \frac{\varphi_1}{2} + \frac{r}{2R}\sin\left(\mathfrak{Arc}\sin\frac{e}{r}\left[\varphi_1 - \frac{f}{e}\right] - 2\vartheta\right). \quad (6)$$

Wir sagten schon, daß die bei dieser Untersuchung vorkommenden ϑ alle größer sind als der Grenzwert ϑ_4, nämlich aus

$$2\vartheta_4 = \frac{f + r_1}{e - e_1} + \frac{f}{e} + \frac{\pi}{2} - \mathfrak{Arc}\sin\frac{e}{r}\left(\varphi_1 - \frac{f}{e}\right) \quad (7)$$

für welchen der abgebeugte Strahl noch in das Präparat eindringt.

Nach den großen ϑ-Werten zu verliert (3) ihre Gültigkeit (φ ist dann negativ) wenn bei der auf S. 268 links oben gemeinten Drehung der auffallende Strahl entweder das dem Fokus zugekehrte, oder das dem Präparat zugekehrte Diaphragma-Ende berührt. Die eine und die andere Möglichkeit treten zu gleicher Zeit auf für $\vartheta = \vartheta_3$, für welchen der Abstand von M bis zum auffallenden Strahl r_1 gleich ist. Das gilt, wenn

$$\varphi = \sin\varphi = -\frac{r_1}{e}. \quad (8)$$

Der kleinste Wert ϑ_2 von ϑ, für welchen die Berührung stattfindet an dem Fokus-Ende des Diaphragmas, folgt aus

$$\varphi_2 = \varphi + \frac{f}{e} = \frac{f - r_1}{e - e_2}, \quad (9)$$

wo e_2 den Abstand von diesem Ende bis zu M vorstellt. Für $\vartheta_2 < \vartheta < \vartheta_3$ gilt dann wieder Formel (3), nur ist e in e_2, f in r_1 geändert. Für $\vartheta_3 < \vartheta < \frac{\pi}{2}$, würde auch die letztere Formel gelten, nur e_2 in e_1, f in r_1 geändert, wenn nicht das Diaphragma, wie in Reglers Apparatur, in die Kamera hineinragte. Für diesen Fall sieht man leicht ein, daß man für zunehmende ϑ den auffallenden Strahl nicht aus der Lage, welche er hatte als $\vartheta = \vartheta_3$ — der Achse des Diaphragmas parallel nämlich — weiterdrehen muß, doch ihn in dieser Lage lassen muß. Also gilt für $\vartheta_3 < \vartheta < \frac{\pi}{2}$ die Korrektionsformel

$$\delta_3 = \frac{r}{2R}\sin\left(2\vartheta - \mathfrak{Arc}\sin\frac{r_1}{r}\right) \quad (10)$$

Den Wert aller in diesen Formeln vorkommenden Größen kann man in Reglers Arbeit finden, nur nicht denjenigen der halben Fokusbreite f. Wir haben versucht den Wert von f so zu wählen, daß der Verlauf der nach (3), (6) und (10) berechneten Korrektionen übereinstimmte mit demjenigen der von uns aus den Reglerschen Beobachtungen umgerechneten Korrektionen. Dabei soll man im Auge behalten, daß ein Fehler in der berechneten ϑ in sehr verkleinertem Maßstabe in $\sin\vartheta$ übergeht, wenn ϑ nahe an 90° ist. Daraus geht hervor, daß man f nur so zu wählen hat, daß Anschluß an den umgerechneten Korrektionen wenigstens für kleine ϑ-Werte erreicht ist. Eine Näherungsrechnung ergab so für f einen Betrag von 1,36 mm. Dieser Wert lieferte nun für größere ϑ-Werte ohne Ausnahme zu große Gitterkonstanten. Darum versuchten wir andere f-Werte und fanden, daß $f = 1{,}19$ besseren Anschluß ergab. Weil man bei der Wahl des Wertes für f sich führen lassen kann durch die Erwägung, daß die α-Linien meistens genauere Ablesung gestatten werden oder durch diejenige, daß Anschluß für größere ϑ-Werte größeren Wert hat als für kleinere, wollen wir in einer Tabelle (V) zeigen, wie für große und kleine ϑ die Gitterkonstante sich mit dem Werte von f ändert.

Tabelle V.

$2r =$	0,53		0,94		1,47		2,18	
$f =$	1,36	1,17	1,36	1,17	1,36	1,17	1,36	1,17
(111)	5639	5621	5633	5616	5631	5621	5637	5625
(222)	5634	5629	5632	5627	5633	5629	5634	5630
(044)	5635[5]	5635	5634	5634	5633	5633	5631	5631

Für $f = 1{,}36$ sind die Mittel für die verschiedenen Durchmesser 5635, 5631, 5629, 5632, das allgemeine Mittel 5632 oder 0,7 Proz. zu groß[1]). Für $f = 1{,}17$ findet man in den Tabellen I bis IV in den zweiten Spalten die berechneten totalen Korrektionen[2]), in den dritten Spalten die so erhaltenen Werte der Gitterkonstante; darunter stehen die Mittel mit und ohne Benutzung der β-Linien. Die genannte Konstante zeigt im Mittel für die vier Präparate (mit β-Linien) die Fehler 0, — 0,5, — 0,8 und — 0,3[5] Promille, im Mittel — 0,4 Promille, für die α-Linien allein: 0,3, — 0,1, — 0,2 und 0 Promille, im Mittel 0 Promille. Man sieht, daß das Ziel unserer Korrektionsformeln, Fehler unter 1 Promille zu verbürgen, erreicht ist.

Man kann sich darüber wundern, daß die Gitterkonstanten einen so geringen Fehler zeigen, wiewohl doch der Unterschied zwischen den Werten der beiden ersten Spalten der Tabellen I bis IV für größere ϑ nicht so gering ist. Das rührt natürlich daher, daß die „Extra-Korrektionen", welche Regler (siehe seine Tabellen, letzte Spalte) angibt, für größere ϑ großen Änderungen unterliegen können, bevor man dies in der letzten Dezimale der berechneten Gitterkonstante bemerkt. Es ist nun aber wohl kein Zweifel darüber möglich, daß Regler eine solche Genauigkeit von 0,1 Promille mit seinen Beobachtungen nicht erreichen kann. Die nachfolgende Erwägung zeigt wohl, wie vorsichtig man hier sein muß. Die Abweichungen von einem normalen Verlaufe in den ersten Spalten der Tabellen I bis IV zeigen wohl, daß die Ungenauigkeit der daraus berechneten Gitterkonstanten fast 1 Promille erreichen könnte, wenn man sich auf die erwähnten Extra-Korrektionen verließe. Eine solche Ungenauigkeit nun würde (wenn man wieder mit der von Regler benutzten Wellenlänge rechnet) z. B. den letzten Betrag der Extra-Korrektion, denjenigen für das größte ϑ, ändern können von 3′ in 8′, und ein Fehler von 1 Promille in der aus der betreffenden Linie berechneten Gitterkonstante würde erst auftreten, wenn man diese 3′ in 17′ z. B. änderte.

Zusammenfassung.

Die von Regler mittels einigen Steinsalzaufnahmen nach Debye-Scherrer erhaltenen genauen Korrektionen für Präparatdicke werden an den von uns aufgestellten Formeln geprüft.

Bei einer bestimmten Wahl für die Breite des Antikathodenfokus, ist die Übereinstimmung sehr befriedigend.

Utrecht, van 'tHoff-Laboratorium der Rijks-Universiteit.

(Eingegangen 19. Januar 1932.)

1) Die ζ-Korrektion änderte beim größten ϑ die Gitterkonstante z. B. von 5635^5 in 5636.

2) Für größere ϑ wird der Anschluß mit den in der ersten Spalte angegebenen Werten zwar schlechter, aber das hat nur geringen Einfluß auf den Wert der Gitterkonstante.

Die Struktur der Rayleigh-Strahlung.

Von E. H. L. Meyer und W. Ramm.

Mit Tafel I.

Schon in seinen ersten Veröffentlichungen hat Raman (1) darauf hingewiesen, daß neben der auftretenden neuen Strahlung auch die Primärlinien eine gewisse Veränderung erfahren. Er beobachtete, von Stoff zu Stoff individuell verschieden, eine Verbreiterung dieser Linien nach beiden Seiten hin, und zwar so, daß die eingestrahlte Primär-Frequenz auch im Streuspektrum sich aus einem kontinuierlichen Untergrund deutlich abhob. Gerlach (2) und später dann Weiler (3) haben diesen Untergrund bezüglich seiner Breite und seines Intensitätsverlaufs näher untersucht, und sie fanden, daß er im allgemeinen unsymmetrisch und nach kurzen Wellenlängen hin weniger ausgedehnt ist und ein Gebiet von etwa 150 cm^{-1} (entsprechend ungefähr $\Delta\lambda = 30$ Å) umfaßt. Zum Teil läßt er sich als Ramaneffekte erklären, die reinen Rotationsbanden entsprechen.

Die Struktur des Energiemaximums, der eigentlichen Primärfrequenz, ist von mehreren Beobachtern mit verschiedenen Interferenzspektroskopen untersucht worden. Cabannes und Mitarbeiter (4) bedienten sich dazu einer Fabry-Pérot-Platte. Sie verglichen jeweils die Durchmesser und Breiten der Interferenzringe von je 2 Aufnahmen, von denen die eine durch Streuung an schwarzem Papier, die andere durch Streuung an verschiedenen Substanzen erhalten war. Bei Butandampf fanden Cabannes und Daure eine Verbreiterung ihrer Ringe auf etwa 0,04 Å und eine Rotverschiebung um 0,01 Å. Bei Flüssigkeiten (Cabannes und Salvaires) sind die beiden Effekte etwas größer: Verbreiterung bis zu 0,1 Å und Rotverschiebung im Mittel 0,02 Å. Vacher hat später an der gleichen Apparatur beobachtet, daß Rotverschiebung und Verbreiterung mit dem Streuwinkel (Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und der Beobachtungsrichtung) so anwachsen, daß der kurzwellige Rand der Interferenzringe seine Lage beibehält. Er schließt daraus, daß es sich bei der Rayleigh-Strahlung im Gegensatz zu den Vergleichsaufnahmen nicht um eine einzige Wellenlänge handeln kann, sondern mindestens um zwei, die aber mit seiner Apparatur nicht aufgelöst sind.

Groß (5) hat dasselbe Problem mit einem Stufengitter von 30 Stufen bearbeitet. Er kommt zu Ergebnissen, die eine von Brillouin (6) und später von Mandelstam-Landsberg-Leontowitsch (7) für Streuung an Kristallen abgeleitete Beziehung zu bestätigen scheinen. Danach sollen statt der Primärlinie zwei neue um

$$d\lambda = \pm 2\lambda \frac{v}{c/n} \sin \vartheta/2 \qquad (1)$$

nach Rot und Blau verschobene Linien auftreten. Dabei sind v und c/n Schall- bzw. Lichtgeschwindigkeit in dem betreffenden Kristall und ϑ der Streuwinkel.

Zu einer anschaulichen Vorstellung über diese Formel kommt man am leichtesten mit Hilfe des Dopplereffektes. Die einfallende Lichtwelle wird reflektiert an Dichteschwankungen, welche die elastischen Wärmewellen (Schallgeschwindigkeit v) begleiten, die von Debye (8) eingeführt sind in die Theorie der spezifischen Wärmen. Dabei gilt für diese Reflexionen nach Brillouin dieselbe Braggsche Reflexionsbedingung, die aus der Grundgleichung der Röntgenspektroskopie bekannt ist. Den dortigen Netzebenen entsprechen hier die Wärmewellennetzebenen.

Überlegt man, was bei der Streuung an bewegten Gasmolekülen geschehen wird, so findet man in diesem Falle nur eine Verbreiterung der Primärlinien. Die Intensitätsverteilung in diesen Linien sollte ein Abbild der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung sein. Genau dasselbe müßte man erwarten für die Streuung durch einen festen Körper, wenn dessen Atome unabhängig voneinander schwingen könnten, wie das in der ursprünglichen Einsteinschen Theorie der spezifischen Wärmen angenommen wird. Die Streuung durch einen Körper mit gekoppelten Atomen ist also nach der Rechnung von Brillouin typisch hiervon abweichend. Was für Effekte Flüssigkeiten geben müssen, ist von vornherein nicht zu entscheiden. Das

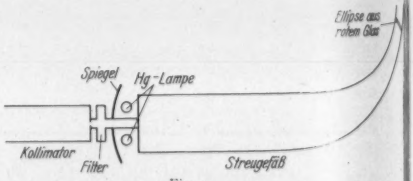
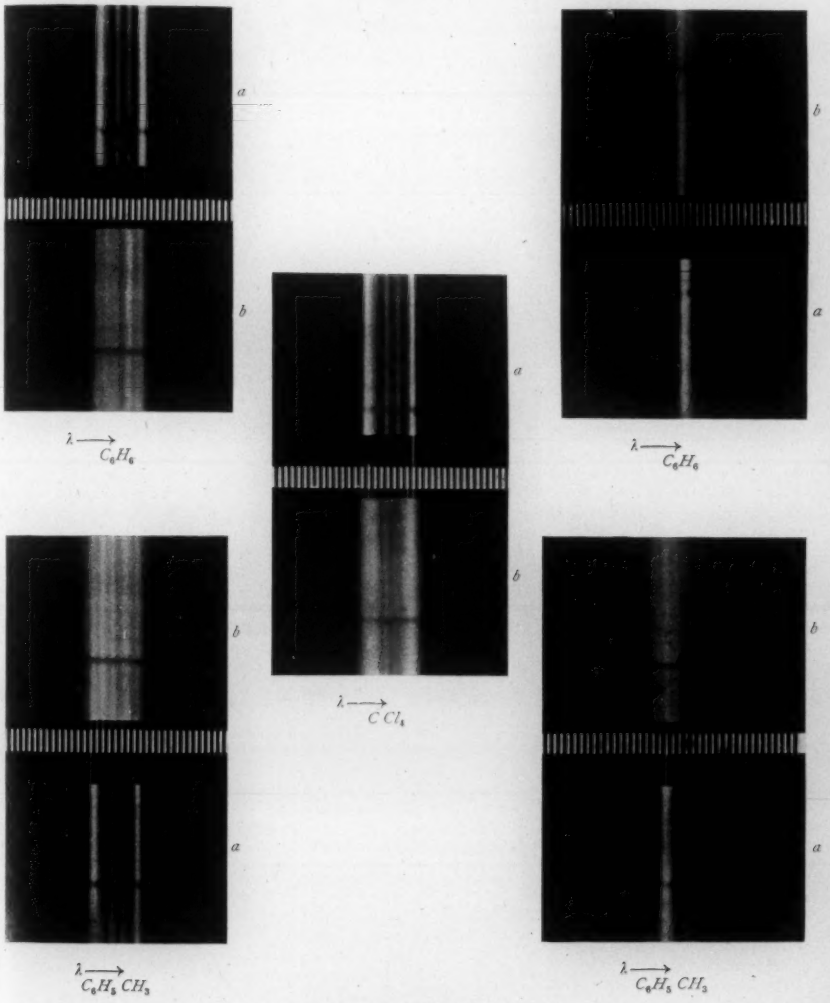


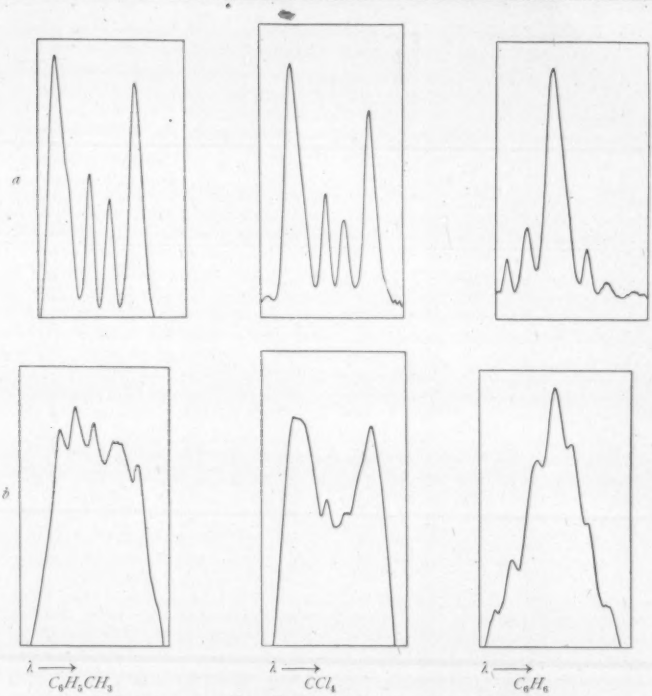
Fig. 1.

Streubild wird von der größeren oder geringeren Bedeutung der Kopplung der Moleküle bestimmt werden. Eben deshalb ist das Experiment über die Rayleighstreuung an Flüssigkeiten interessant.

Groß findet zunächst bei Quarz eine Aufspaltung, die mit der obigen Theorie in Einklang gebracht werden kann, wenn man die bei einem Stufengitter an sich nicht eindeutige Zuordnung der auftretenden Linien passend wählt. Wesent-



a = Streuung an weißem Papier.
b = Streuung an Flüssigkeiten.



a) Streuung an weißem Papier. *b*) Streuung an Flüssigkeiten.
Fig. 2.

lich an diesen Aufnahmen ist, daß die unverschobene Linie viel schwächer auftritt als die nach Formel (1) zu erwartenden neuen Linien. In manchen Aufnahmen scheint sie sogar ganz zu fehlen. Man wird sich bei Beurteilung dieser Beobachtungen vor Augen halten müssen, wie ungeheuer schwer es ist, jede direkte Reflexion von Primärlicht zu vermeiden.

Bei seinen Messungen an Flüssigkeiten tritt die eingestrahlte Primärfrequenz neben den verschobenen Linien weit stärker hervor. (Siehe auch unsere Aufnahmen, Tafel I.) Außerdem erscheinen noch weitere Linien auf beiden Seiten, die im ganze Vielfache von $d\lambda$ verschoben sind, und die zunächst in obiger Formel nicht enthalten sind. Wo mehrere Trabanten vorhanden sind, die Groß als Obertöne deutet, sind die inneren stets intensiver als die mit größerer Verschiebung.

Groß beobachtet im allgemeinen bei einem Streuwinkel von 90°. Bei Benzol hat er auch die Winkelabhängigkeit seines Effektes untersucht und gefunden, daß mit steigendem $\vartheta/2$ auch $d\lambda$ zunimmt. Leider gibt Groß weder Photometerkurven noch Abzüge von seinen Aufnahmen.

Mit einer Lummer-Gehrcke-Platte hat Rafalowski (9) die sich widersprechenden Aussagen von Cabannes und Groß zu klären versucht. Er hat überhaupt keinen Effekt gefunden und bei Benzol trotz eines hinreichenden Auflösungsvermögens nur eine geringe Verbreiterung der Interferenzstreifen erhalten.

Die im folgenden wiedergegebenen Aufnahmen und Photometerkurven sind hergestellt in der Absicht, zunächst den Effekt der Aufspaltung sicherzustellen. Dazu wurde bisher ein Stufengitter von 16 Stufen bei 10 mm Stufenhöhe benutzt, das mit den üblichen Vorsichtsmaßregeln in einem Raum konstanter Temperatur aufgestellt wurde. Sein Dispersionsgebiet beträgt 0,29 Å, sein Auflösungsvermögen 220000 für die bisher allein benutzte *Hg*-Linie 4358/39 Å. Beobachtet wurde unter einem Streuwinkel

von 180°. Die Reproduktionen der Tafel sind Mikrophotographien mit etwa 15mal. Vergrößerung.

Eine selbstgefertigte Quecksilberlampe aus Glas mit Ω-Querschnitt diente als Lichtquelle. Sie brannte mit 2 Amp. Eine an sich mögliche stärkere Belastung und damit verbundene größere Helligkeit brachte wegen der gleichzeitig auftretenden Stoßverbreiterung der einzelnen Linien keinen Gewinn. Den weiteren Aufbau veranschaulicht die Figur.

Das Filter (Kobaltglas + Chinin-Salzsäurelösung nach Warburg (10)) lieferte hinreichend monochromatisches Streulicht aus dem Wellenlängengebiet 4358/39 Å. Zur Kontrolle wurden vor und nach jeder Streuaufnahme Vergleichsaufnahmen gemacht, die durch Streuen an weißem Papier erhalten wurden. Die Belichtungszeiten für die Streuaufnahmen betrugen 12 bis 85 Stunden.

Untersucht sind zunächst Tetrachlorkohlenstoff, Benzol, Toluol und Wasser. Dabei zeigte sich, daß bei den lang belichteten Aufnahmen, also bei schlecht streuenden Flüssigkeiten, die Primärlinien unverhältnismäßig stärker herauskamen als die Aufspaltungen. Versuche mit verschiedenen Streugefäßen sind im Gang, um den hier vermuteten Einfluß direkt reflektierten Lichtes festzustellen. Ebenso sind Aufnahmen mit einem zweiten Stufengitter von 33 Stufen mit 15 mm Stufenhöhe[1]) (Dispersionsgebiet 0,18 Å, Auflösungsvermögen 680000 für 4358/39 Å) und mit einem Luftplattenspektroskop nach Fabry und Pérot begonnen. Auch die primär eingestrahlte Frequenz wird variiert.

Aus den anliegenden Aufnahmen können wir heute schon folgendes sagen:

1. Es treten neben der Primärerscheinung neue Linien auf, die als Aufspaltungen im Sinne der Formel (1) gedeutet werden können. Die Verschiebung $d\lambda$ für die untersuchten Substanzen

	beob.	ber. nach (1)
Benzol	0,062	0,056
Toluol	0,060	0,054
Tetrachlorkohlenstoff	0,040	0,042

stimmt mit den theoretisch aus Gl. (1) für $\vartheta = 180^0$ berechneten Werten ebenso gut überein wie die Werte von Groß bei den von ihm benutzten Winkeln. Dagegen haben sich bisher die weiteren Linien höherer Ordnung, die Groß gefunden hat, nicht feststellen lassen.

2. Die von Cabannes und Mitarbeitern gefundene Rotverschiebung läßt sich aus unseren Ergebnissen nicht ableiten. Vor allem steht das Auftreten einer härteren Aufspaltungslinie nicht mit dem Befund Vachers in Einklang, nach dem sich am kurzwelligen Rand der Linien nichts ändern sollte. Die Breite der Einzellinien beträgt bei uns kaum 0,04 Å, ist also wesentlich geringer als 0,1 Å bei Cabannes-Salvaires.

3. Auf allen Streuaufnahmen ist eine starke kontinuierliche Schwärzung zu bemerken, die auch nach den Ergebnissen von Gerlach und Weiler zu erwarten ist.

Wir haben diskutiert, ob sich die Aufspaltungen auch als Ramaneffekte reiner Rotationsschwingungen erklären lassen. Eine kurze Berechnung zeigt, daß z. B. bei Benzol äquidistante Rotationsramanlinien imAbstand von ungefähr 0,08 Å bei 4358/39 Å auftreten müßten (Trägheitsmoment $= 2{,}5 \cdot 10^{-38}$).

Dagegen aber ist einzuwenden, daß die bisher von Rasetti (11) beobachteten Rotationslinien immer außerordentlich viel schwächer waren als die Primärfrequenz und es daher sehr unwahrscheinlich ist, daß jene Linien auf den Aufnahmen mit dem Stufengitter erscheinen werden.

Wir möchten auf eine theoretische Erklärung dieser Erscheinungen erst nach weiteren Versuchen mit den verschiedenen Interferenzspektroskopen und dann auf Grund eines umfassenderen Materials eingehen.

Herrn Prof. Dr. Debye danken wir für sein förderndes Interesse am Fortgang dieser Arbeit auch an dieser Stelle.

1) Anmerkung bei der Korrektur: Diese Versuche sind inzwischen durchgeführt und bestätigen vollkommen unsere bisherigen Feststellungen.

Literatur:

1) C. V. Raman und K. S. Krishnan, Proc. Roy. Soc. London **122**, 23, 1929; Nature **122**, 882, 1929.
2) W. Gerlach, Ann. d. Phys. **1**, 301, 1929.
3) J. Weiler, Zeitschr. f. Phys. **68**, 782, 1931.
4) J. Cabannes und P. Daure, C. R. **186**, 1533, 1928; „Molecular Spectra and molecular Structure", General Discussion Faraday Society September 1929; J. Cabannes-P. Salvaires, C. R. **188**, 907, 1929; M. Vacher, C. R. **191**, 1121, 1930; J. Cabannes, C. R. **191**, 1123, 1930.
5) E. Groß, Zeitschr. f. Phys. **63**, 685, 1930; Naturw. **18**, 718, 1930; Nature **126**, 201, 600, 603, 1930.
6) M. L. Brillouin, Ann. de Phys. **17**, 88, 1922.
7) L. Mandelstam-G. Landsberg-M. Leontowitsch, Zeitschr. f. Phys. **60**, 334, 1930.
8) P. Debye, Ann. d. Phys. **39**, 789, 1912.
9) St. Rafalowski, Nature **128**, 495, 1931.
10) O. Warburg-E. Negelein, Zeitschr. f. phys. Chem. **106**, 191, 1923.
11) F. Rasetti, Phys. Rev. **34**, 367, 548, 1929.

Leipzig, Januar 1932. Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 1. Februar 1932.)

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. P. Debye in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig. Druck von August Pries in Leipzig.